

Osnovne informacije o kolegiju

- **Web-stranica** kolegija:
https://www.pmf.unizg.hr/math/predmet/povmat_a
- **e-mail**: fmbpovijest@gmail.com

Osnovne informacije o kolegiju

- **Web-stranica** kolegija:
https://www.pmf.unizg.hr/math/predmet/povmat_a
- **e-mail:** fmbpovijest@gmail.com
- Preporuča se prije predavanja pročitati najavljeno gradivo iz skripte.

Osnovne informacije o kolegiju

- **Web-stranica** kolegija:
https://www.pmf.unizg.hr/math/predmet/povmat_a
- **e-mail**: fmbpovijest@gmail.com
- Preporuča se prije predavanja pročitati najavljeno gradivo iz skripte.
- **Ocjena** iz kolegija formira se temeljem rezultata pismenog i usmenog ispita, pri čemu u bodove za pismeni ispit ulaze i bodovi s 4 neobvezna kratka testa. Jednom položen pismeni dio ispita vrijedi za dva pristupa usmenom ispitu.

Osnovne informacije o kolegiju

- **Web-stranica** kolegija:
https://www.pmf.unizg.hr/math/predmet/povmat_a
- **e-mail**: fmbpovijest@gmail.com
- Preporuča se prije predavanja pročitati najavljeno gradivo iz skripte.
- **Ocjena** iz kolegija formira se temeljem rezultata pismenog i usmenog ispita, pri čemu u bodove za pismeni ispit ulaze i bodovi s 4 neobvezna kratka testa. Jednom položen pismeni dio ispita vrijedi za dva pristupa usmenom ispitu.
- Tijekom semestra bit će i mogućnosti za ostvarivanje bonus-bodova za pismene ispite kroz dodatne aktivnosti (max. 10 bodova po osobi u semestru).

Osnovne informacije o kolegiju

- **Web-stranica** kolegija:
https://www.pmf.unizg.hr/math/predmet/povmat_a
- **e-mail**: fmbpovijest@gmail.com
- Preporuča se prije predavanja pročitati najavljeno gradivo iz skripte.
- **Ocjena** iz kolegija formira se temeljem rezultata pismenog i usmenog ispita, pri čemu u bodove za pismeni ispit ulaze i bodovi s 4 neobvezna kratka testa. Jednom položen pismeni dio ispita vrijedi za dva pristupa usmenom ispitu.
- Tijekom semestra bit će i mogućnosti za ostvarivanje bonus-bodova za pismene ispite kroz dodatne aktivnosti (max. 10 bodova po osobi u semestru).
- Osnovna i jedina obavezna literatura je skripta koja se nalazi na web-stranici kolegija.

Uvod u kolegij

- Što očekujete saznati odnosno naučiti na ovom kolegiju, a da se ne može saznati brzim pretraživanjem weba?

Uvod u kolegij

- Što očekujete saznati odnosno naučiti na ovom kolegiju, a da se ne može saznati brzim pretraživanjem weba?
- Koje povijesno značajne matematičare znate? Poredajte ih od starijih prema mlađim.

Uvod u kolegij

- Što očekujete saznati odnosno naučiti na ovom kolegiju, a da se ne može saznati brzim pretraživanjem weba?
- Koje povijesno značajne matematičare znate? Poredajte ih od starijih prema mlađim.
- Što mislite, kojim redoslijedom su bar razumno precizno uvedeni sljedeći školski matematički pojmovi: broj, derivacija, funkcija, koordinatni sustav, limes, logaritam, π , polinom, pravi kut, vjerojatnost?

Uvod u kolegij

- Što očekujete saznati odnosno naučiti na ovom kolegiju, a da se ne može saznati brzim pretraživanjem weba?
- Koje povijesno značajne matematičare znate? Poredajte ih od starijih prema mlađim.
- Što mislite, kojim redoslijedom su bar razumno precizno uvedeni sljedeći školski matematički pojmovi: broj, derivacija, funkcija, koordinatni sustav, limes, logaritam, π , polinom, pravi kut, vjerojatnost?
- Zašto je povijest matematika važna za studente matematike, osobit nastavničkih studija?

Uvod u kolegij

- Što očekujete saznati odnosno naučiti na ovom kolegiju, a da se ne može saznati brzim pretraživanjem weba?
- Koje povijesno značajne matematičare znate? Poredajte ih od starijih prema mlađim.
- Što mislite, kojim redoslijedom su bar razumno precizno uvedeni sljedeći školski matematički pojmovi: broj, derivacija, funkcija, koordinatni sustav, limes, logaritam, π , polinom, pravi kut, vjerojatnost?
- Zašto je povijest matematika važna za studente matematike, osobit nastavnčkih studija?
- **Prva šansa za bonus-bodove** (1–5 bonus-bodova, max. 2 studenta): Pročitajte jedan od članaka o ulozi povijesti matematike u nastavi matematike referenciranih u predgovoru skripte. Na sljedećem predavanju trebate u 2–3 min ukratko usmeno izreći (bez prezentacije) koje su (i zašto) prema Vašem mišljenju najvažnije tvrdnje iz odabranog članka

Pramatematika

Što mislite, uz što su vezani počeci matematike? Kada?

Pramatematika

Što mislite, uz što su vezani počeci matematike? Kada?



Počeci brojanja i računanja

Znate li što su to rovaši?

Počeci brojanja i računanja

Znate li što su to **rovaši**?

- kost iz Lebomba (stara oko 43.000 godina) i
- kost iz Išanga (stara oko 20.000 godina).

Nešto kasnije: žetoni, a u južnoj Americi quipu

Počeci brojanja i računanja

Znate li što su to **rovaši**?

- kost iz Lebomba (stara oko 43.000 godina) i
- kost iz Išanga (stara oko 20.000 godina).

Nešto kasnije: **žetoni**, a u južnoj Americi **quipu**

Brojanje i brojke vjerojatno su stari tek nekih 10.000 godina. Koja je razlika između broja i brojke?

Počeci brojanja i računanja

Znate li što su to **rovaši**?

- kost iz Lebomba (stara oko 43.000 godina) i
- kost iz Išanga (stara oko 20.000 godina).

Nešto kasnije: žetoni, a u južnoj Americi quipu

Brojanje i brojke vjerojatno su stari tek nekih 10.000 godina. Koja je razlika između broja i brojke?

Prva pomagala za računanje:

Počeci brojanja i računanja

Znate li što su to rovaši?

- kost iz Lebomba (stara oko 43.000 godina) i
- kost iz Išanga (stara oko 20.000 godina).

Nešto kasnije: žetoni, a u južnoj Americi quipu

Brojanje i brojke vjerojatno su stari tek nekih 10.000 godina. Koja je razlika između broja i brojke?

Prva pomagala za računanje: prsti ([Aristotel](#): rasprostranjenost brojanja do deset nije rezultat izbora, nego prije anatomska slučajnost).

Računanje se može dokazati tek prije ca. 4000 godina, u doba prvih civilizacija — koje su to?

Počeci brojanja i računanja

Znate li što su to **rovaši**?

- kost iz Lebomba (stara oko 43.000 godina) i
- kost iz Išanga (stara oko 20.000 godina).

Nešto kasnije: **žetoni**, a u južnoj Americi **quipu**

Brojanje i brojke vjerojatno su stari tek nekih 10.000 godina. Koja je razlika između broja i brojke?

Prva pomagala za računanje: prsti (**Aristotel**: rasprostranjenost brojanja do deset nije rezultat izbora, nego prije anatomska slučajnost).

Računanje se može dokazati tek prije ca. 4000 godina, u doba prvih civilizacija — koje su to? Egipat, Mezopotamija, Indija, Kina

Staroegipatska matematika

O kojem vremenu govorimo?

Staroegipatska matematika

O kojem vremenu govorimo? Otprilike 3000.–500. g. pr. Kr.
Staro kraljevstvo (ca. 2700.–2170.): **hijeroglifi**, piramide



Izvor: C. J. Huffman An Ancient Egyptian Mathematical Photo Album CC BY 4.0

Hijeroglifski brojevni sustav: dekadski, nepozicijski, aditivan

1	10	100	1000	10.000	100.000	1.000.000
1	10	100	1000	10000	100000	1000000

Najstariji sačuvani matematički izvori potječu iz doba tzv. **srednjeg kraljevstva** (2040.–1794.) i oni su

Najstariji sačuvani matematički izvori potječu iz doba tzv. **srednjeg kraljevstva** (2040.–1794.) i oni su papirusi:

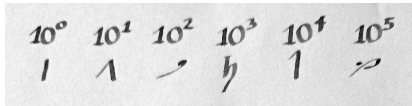
- Moskovski papirus, ca. 1850. g. pr. Kr.
- Rhindov papirus: **Ahmes**, ca. 1650. pr. Kr.
- Reisnerovi papirusi, Berlinski papirus, egipatski matematički kožni svitak, papirus Lahun (Kahun)

Što mislite, jesu li pisani hijeroglifskim pismom?

Najstariji sačuvani matematički izvori potječu iz doba tzv. **srednjeg kraljevstva** (2040.–1794.) i oni su papirusi:

- **Moskovski papirus**, ca. 1850. g. pr. Kr.
- **Rhindov papirus**: **Ahmes**, ca. 1650. pr. Kr.
- Reisnerovi papirusi, Berlinski papirus, egipatski matematički kožni svitak, papirus Lahun (Kahun)

Što mislite, jesu li pisani hijeroglifskim pismom? Ne! **Hijeratsko pismo** (i **hijeratske brojke**):



Staroegipatska matematika je nastala iz praktičnih potreba državnih službenika: mjeriteljstvo, građevina, skladištenje, porezi,

...

Koje matematičke grane znate? Za koje od njih mislite da su imale svoje začetke već u egipatskom srednjem kraljevstvu?

Koje matematičke grane znate? Za koje od njih mislite da su imale svoje začetke već u egipatskom srednjem kraljevstvu?

- Aritmetika

Koje matematičke grane znate? Za koje od njih mislite da su imale svoje začetke već u egipatskom srednjem kraljevstvu?

- Aritmetika (*ἀριθμός*)
- Algebra

Koje matematičke grane znate? Za koje od njih mislite da su imale svoje začetke već u egipatskom srednjem kraljevstvu?

- Aritmetika (ἀριθμός)
- Algebra أَلْجَبْر
- Geometrija

Koje matematičke grane znate? Za koje od njih mislite da su imale svoje začetke već u egipatskom srednjem kraljevstvu?

- Aritmetika (ἀριθμός)
- Algebra أَلْجَبْر
- Geometrija (γῆ & μέτρον)

Staroegipatska aritmetika

- Brojevi:

Koje matematičke grane znate? Za koje od njih mislite da su imale svoje začetak već u egipatskom srednjem kraljevstvu?

- Aritmetika (ἀριθμός)
- Algebra جبر
- Geometrija (γῆ & μέτρον)

Staroegipatska aritmetika

- Brojevi: prirodni, pozitivni razlomci zapisani hijeratskim pismom
- Računske operacije:

Koje matematičke grane znate? Za koje od njih mislite da su imale svoje začetak već u egipatskom srednjem kraljevstvu?

- Aritmetika (ἀριθμός)
- Algebra جبر آل
- Geometrija (γῆ & μέτρον)

Staroegipatska aritmetika

- Brojevi: prirodni, pozitivni razlomci zapisani hijeratskim pismom
- Računske operacije: zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje & neki jednostavni slučajevi drugog korijena, bez simbola za operacije

Zadatak

Kako bi stari Egipćan oduzeo 15 od 32?

Primjer ($25 \cdot 72 = 1800$)

1	72
2	144
4	288
8	576
16	1152

Primjer ($25 \cdot 72 = 1800$)

1	72
2	144
4	288
8	576
16	1152

Primjer ($203 : 16 = 12 \dot{2} \dot{8} \dot{1} \dot{6}$)

1	16
2	32
4	64
8	128*
$\dot{2}$	8
$\dot{4}$	4
$\dot{8}$	2
$\dot{16}$	1

Egipatski zapis razlomaka

- To je zapis (pozitivnog) razlomka kao zbroja različitih jediničnih razlomaka. Zašto je praktičan?

Egipatski zapis razlomaka

- To je zapis (pozitivnog) razlomka kao zbroja različitih jediničnih razlomaka. Zašto je praktičan?
- Zapis jediničnog razlomka:  iznad brojke koja predstavlja nazivnik (moderno: točka iznad nazivnika).
- U RP: tablica egipatskih zapisa razlomaka tipa $\frac{2}{2n+1}$


$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{2}{5}$$

- Koja su tri razumna matematička pitanja koja si možemo postaviti oko egipatskog zapisa razlomaka?

Egipatski zapis razlomaka

- To je zapis (pozitivnog) razlomka kao zbroja različitih jediničnih razlomaka. Zašto je praktičan?
- Zapis jediničnog razlomka:  iznad brojke koja predstavlja nazivnik (moderno: točka iznad nazivnika).
- U RP: tablica egipatskih zapisa razlomaka tipa $\frac{2}{2n+1}$


$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{2}{5}$$

- Koja su tri razumna matematička pitanja koja si možemo postaviti oko egipatskog zapisa razlomaka?
 - Može li se svaki pozitivan razlomak zapisati kao zbroj jediničnih?
 - Je li takav zapis jedinstven?
 - Kako bismo našli takav zapis?

Fibonaccijev teorem i Sylvesterova lema

Teorem

Svaki pozitivan razlomak može se prikazati u egipatskom obliku.

Lema

Ako od pozitivnog ne-jediničnog razlomka oduzmemo najveći jedinični razlomak manji od njega dobit ćemo razlomak koji ima manji brojnik od polaznog.

Fibonaccijev teorem i Sylvesterova lema

Teorem

Svaki pozitivan razlomak može se prikazati u egipatskom obliku.

Lema

Ako od pozitivnog ne-jediničnog razlomka oduzmemo najveći jedinični razlomak manji od njega dobit ćemo razlomak koji ima manji brojnik od polaznog.

Korolar

Svaki pozitivan razlomak ima beskonačno mnogo egipatskih zapisa.

Fibonaccijev teorem i Sylvesterova lema

Teorem

Svaki pozitivan razlomak može se prikazati u egipatskom obliku.

Lema

Ako od pozitivnog ne-jediničnog razlomka oduzmemo najveći jedinični razlomak manji od njega dobit ćemo razlomak koji ima manji brojnik od polaznog.

Korolar

Svaki pozitivan razlomak ima beskonačno mnogo egipatskih zapisa.

Zadatak

Nadite dva različita egipatska zapisa razlomka $\frac{10}{17}$.

Staroegipatska algebra

(A)ha(u)-zadaci: $aha/hau = hrpa$, veličina $\rightarrow$ nepoznanica

Zadatak (RP31)

*Hrpa, njene dvije trećine, njena polovina i njena sedmina čine 33.
Koliko sadrži hrpa?*

Staroegipatska algebra

(A)ha(u)-zadaci: $aha/hau = hrpa$, veličina $\rightarrow$ nepoznanica

Zadatak (RP31)

Hrpa, njene dvije trećine, njena polovina i njena sedmina čine 33.

Koliko sadrži hrpa? $14 \frac{1}{4} \frac{1}{56} \frac{1}{97} \frac{1}{194} \frac{1}{388} \frac{1}{679} \frac{1}{776}$

Staroegipatska algebra

(A)ha(u)-zadaci: $aha/hau = hrpa$, veličina $\rightarrow$ nepoznanica

Zadatak (RP31)

Hrpa, njene dvije trećine, njena polovina i njena sedmina čine 33.

Koliko sadrži hrpa? $14 \frac{1}{4} \frac{1}{56} \frac{1}{97} \frac{1}{194} \frac{1}{388} \frac{1}{679} \frac{1}{776}$

Psw(pesu)-zadaci: $pesu =$ omjer dobivenog broja kruhova odnosno vrčeva pive i volumena utrošenog žita

Zadatak (RP77)

Primjer razmjene piva za kruh. Recimo da ti je rečeno da 10 des^a pive (s pefsu 2) treba zamijeniti za kruhove (s pefsu 5). Koliko kruhova će biti?

Staroegipatska algebra

(A)ha(u)-zadaci: $aha/hau = hrpa$, veličina $\rightarrow$ nepoznanica

Zadatak (RP31)

Hrpa, njene dvije trećine, njena polovina i njena sedmina čine 33. Koliko sadrži hrpa? $14 \frac{1}{4} \frac{1}{56} \frac{1}{97} \frac{1}{194} \frac{1}{388} \frac{1}{679} \frac{1}{776}$

Psw(pesu)-zadaci: $pesu = \text{omjer dobivenog broja kruhova odnosno vrčeva pive i volumena utrošenog žita}$

Zadatak (RP77)

Primjer razmjene piva za kruh. Recimo da ti je rečeno da 10 des^a pive (s pefsu 2) treba zamijeniti za kruhove (s pefsu 5). Koliko kruhova će biti? 10 des pive pesu-a 2 je napravljeno od 5 hekat-a vedjet-pšenice, što daje 25 kruhova pesu-a 5.

^aTipična staroegipatska posuda za pivu imala je volumen 1 des, to je otprilike 2.4 L.

Staroegipatska algebra

(A)ha(u)-zadaci: $aha/hau = hrpa$, veličina $\rightarrow$ nepoznanica

Zadatak (RP31)

Hrpa, njene dvije trećine, njena polovina i njena sedmina čine 33. Koliko sadrži hrpa? $14 \frac{1}{4} \frac{1}{56} \frac{1}{97} \frac{1}{194} \frac{1}{388} \frac{1}{679} \frac{1}{776}$

Psw(pesu)-zadaci: $pesu = \text{omjer dobivenog broja kruhova odnosno vrčeva pive i volumena utrošenog žita}$

Zadatak (RP77)

Primjer razmjene piva za kruh. Recimo da ti je rečeno da 10 des^a pive (s pefsu 2) treba zamijeniti za kruhove (s pefsu 5). Koliko kruhova će biti? 10 des pive pesu-a 2 je napravljeno od 5 hekat-a vedjet-pšenice, što daje 25 kruhova pesu-a 5.

^aTipična staroegipatska posuda za pivu imala je volumen 1 des, to je otprilike 2.4 L.

Geometrija u starih Egipćana

površine i volumeni

- konstrukcija pravog kuta pomoću konopa i pitagorejske trojke (3, 4, 5)

Geometrija u starih Egipćana

površine i volumeni

- konstrukcija pravog kuta pomoću konopa i pitagorejske trojke (3, 4, 5)
- 14. zadatak u MP: Volumen krnje piramida visinu 6 jedinica, donje osnovke širine 4 jedinice i gornje osnovke širine 2 jedinice je 56 kubnih jedinica.

Geometrija u starih Egipćana

površine i volumeni

- konstrukcija pravog kuta pomoću konopa i pitagorejske trojke (3, 4, 5)
- 14. zadatak u MP: Volumen krnje piramida visinu 6 jedinica, donje osnovke širine 4 jedinice i gornje osnovke širine 2 jedinice je 56 kubnih jedinica.

Zadatak (RP41)

Koji je volumen valjkastog silosa za žito promjera 9 i visine 10? Oduzmi $\frac{1}{9}$ od 9. Ostaje 8. Pomnoži 8 s 8, dobiješ 64. Pomnoži 64 s 10, to je 640 kubičnih kubita.

Geometrija u starih Egipćana

površine i volumeni

- konstrukcija pravog kuta pomoću konopa i pitagorejske trojke (3, 4, 5)
- 14. zadatak u MP: Volumen krnje piramida visinu 6 jedinica, donje osnovke širine 4 jedinice i gornje osnovke širine 2 jedinice je 56 kubnih jedinica.

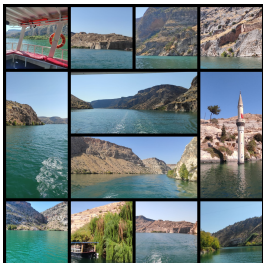
Zadatak (RP41)

Koji je volumen valjkastog silosa za žito promjera 9 i visine 10? Oduzmi $\frac{1}{9}$ od 9. Ostaje 8. Pomnoži 8 s 8, dobiješ 64. Pomnoži 64 s 10, to je 640 kubičnih kubita.

Površina kruga

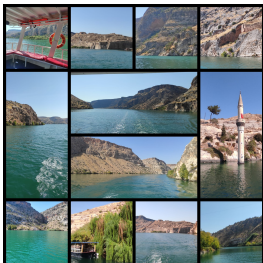
Što mislite o rečenici „Stari Egipćani su π procjenjivali s 3,16“?

Mezopotamija



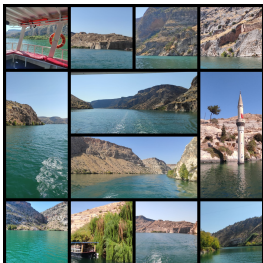
- Koji je to dio svijeta? Koji narodi su tamo živjeli u razdoblju oko 3000.–330. pr. Kr.?

Mezopotamija



- Koji je to dio svijeta? Koji narodi su tamo živjeli u razdoblju oko 3000.–330. pr. Kr.? Sumerani, Akadani, Babilonci, Asirci, Perzijanci
- Koje pismo i na kojoj podlozi je korišteno?

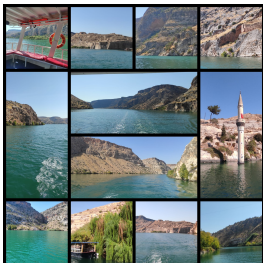
Mezopotamija



- Koji je to dio svijeta? Koji narodi su tamo živjeli u razdoblju oko 3000.–330. pr. Kr.? Sumerani, Akadani, Babilonci, Asirci, Perzijanci
- Koje pismo i na kojoj podlozi je korišteno?

klinasto pismo na glinenim pločicama ,
a najviše sačuvanih je iz
starobabilonskog carstva
(ca. 1900.–1600. pr.Kr.)

Mezopotamija

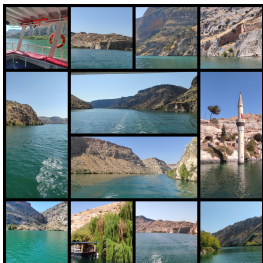


- Koji je to dio svijeta? Koji narodi su tamo živjeli u razdoblju oko 3000.–330. pr. Kr.? Sumerani, Akadani, Babilonci, Asirci, Perzijanci
- Koje pismo i na kojoj podlozi je korišteno?

klinasto pismo na glinenim pločicama ,
a najviše sačuvanih je iz
starobabilonskog carstva
(ca. 1900.–1600. pr.Kr.)

- Najpoznatije su **YBC 7289** i **Plimpton 322** — pokušajte pogoditi o čemu su!

Mezopotamija



- Koji je to dio svijeta? Koji narodi su tamo živjeli u razdoblju oko 3000.–330. pr. Kr.? Sumerani, Akadani, Babilonci, Asirci, Perzijanci
- Koje pismo i na kojoj podlozi je korišteno?

klinasto pismo na glinenim pločicama ,
a najviše sačuvanih je iz
starobabilonskog carstva
(ca. 1900.–1600. pr.Kr.)

- Najpoznatije su **YBC 7289** i **Plimpton 322** — pokušajte pogoditi o čemu su!
- **Tablice dešifrirane 2016.**

- Što očekujete da je slično staroegipatskoj matematici?

- Što očekujete da je slično staroegipatskoj matematici?
Sumersko-babilonska matematika je bila praktično orijentirana (trgovina, građevina, nasljeđivanje, astronomija), a rješenja zadataka daju se bez argumenata, dokaza ili generalizacije.

- Što očekujete da je slično staroegipatskoj matematici?
Sumersko-babilonska matematika je bila praktično orijentirana (trgovina, građevina, nasljeđivanje, astronomija), a rješenja zadataka daju se bez argumenata, dokaza ili generalizacije.
- Što je iz opisanih izvora očito drugačije?

- Što očekujete da je slično staroegipatskoj matematici?
Sumersko-babilonska matematika je bila praktično orijentirana (trgovina, građevina, nasljeđivanje, astronomija), a rješenja zadataka daju se bez argumenata, dokaza ili generalizacije.
- Što je iz opisanih izvora očito drugačije? Uz aritmetiku, algebru i geometriju, ovdje susrećemo i začetke numeričke matematike.

- Što očekujete da je slično staroegipatskoj matematici?
Sumersko-babilonska matematika je bila praktično orijentirana (trgovina, građevina, nasljeđivanje, astronomija), a rješenja zadataka daju se bez argumenata, dokaza ili generalizacije.
- Što je iz opisanih izvora očito drugačije? Uz aritmetiku, algebru i geometriju, ovdje susrećemo i začetke numeričke matematike.

Brojke u Mezopotamiji

System	1	10	60	100	120	600	1000	1200	3600	7200	10000	36000
Archaic systems												
Sexagesimal												
Bisexual												
Bisexual 2												
Proto-Elamite decimal												
Cuneiform systems												
Sumerian												
Assyro-Babylonian												
Mari												
Hittite												
Old Persian												
Babylonian positional												

Babilonska aritmetika

Klasični babilonski brojevni sustav: prvi pozicijski sustav u povijesti, s primarnom bazom 60 i sekundarnom bazom 10, bez znamenke 0

Babilonska aritmetika

Klasični babilonski brojevni sustav: prvi pozicijski sustav u povijesti, s primarnom bazom 60 i sekundarnom bazom 10, bez znamenke 0

Zadatak

Zapišite $\frac{17}{48}$ na babilonski način!

Babilonska aritmetika

Klasični babilonski brojevni sustav: prvi pozicijski sustav u povijesti, s primarnom bazom 60 i sekundarnom bazom 10, bez znamenke 0

Zadatak

Zapišite $\frac{17}{48}$ na babilonski način! $\frac{17}{48} = (0; 21; 15)_{60}$.

Babilonska aritmetika

Klasični babilonski brojevni sustav: prvi pozicijski sustav u povijesti, s primarnom bazom 60 i sekundarnom bazom 10, bez znamenke 0

Zadatak

Zapišite $\frac{17}{48}$ na babilonski način! $\frac{17}{48} = (0; 21; 15)_{60}$.

Prednosti? Mane?

Babilonska aritmetika

Klasični babilonski brojevni sustav: prvi pozicijski sustav u povijesti, s primarnom bazom 60 i sekundarnom bazom 10, bez znamenke 0

Zadatak

Zapišite $\frac{17}{48}$ na babilonski način! $\frac{17}{48} = (0; 21; 15)_{60}$.

Prednosti? Mane? Množenje se svodilo na kvadriranje u kombinaciji sa zbrajanjem i oduzimanjem

$$a b = \frac{(a + b)^2 - a^2 - b^2}{2}, \quad \text{odnosno} \quad a b = \frac{(a + b)^2}{4} - \frac{(a - b)^2}{4},$$

a dijeljenje na množenje s recipročnim brojem.

Zadatak

Zbrojite, oduzmite, pomnožite i podijelite 65 i 12 koristeći babilonske brojke.

Babilonska aritmetika

Klasični babilonski brojevni sustav: prvi pozicijski sustav u povijesti, s primarnom bazom 60 i sekundarnom bazom 10, bez znamenke 0

Zadatak

Zapišite $\frac{17}{48}$ na babilonski način! $\frac{17}{48} = (0; 21; 15)_{60}$.

Prednosti? Mane? Množenje se svodilo na kvadriranje u kombinaciji sa zbrajanjem i oduzimanjem

$$a b = \frac{(a + b)^2 - a^2 - b^2}{2}, \quad \text{odnosno} \quad a b = \frac{(a + b)^2}{4} - \frac{(a - b)^2}{4},$$

a dijeljenje na množenje s recipročnim brojem.

Zadatak

Zbrojite, oduzmite, pomnožite i podijelite 65 i 12 koristeći babilonske brojke.

Babilonska algebra

Mnoge pločice sadrže zadatke koji se svode na linearne i kvadratne, pa čak i kubne jednačbe i njihove sustave.

Primjer

Površinu i moje nasuprotno skupio sam i dobio 45'.

Babilonska algebra

Mnoge pločice sadrže zadatke koji se svode na linearne i kvadratne, pa čak i kubne jednačbe i njihove sustave.

Primjer

Površinu i moje nasuprotno skupio sam i dobio 45'.

$$(x^2 + x = 45/60; x = (15' + 45') - 30' = 1 - 30' = 30')$$

Primjer

Zbrojio sam površine obiju mojih strana i dobio 0;25,25. Strana je

$$2/3 \text{ strane i } 0;5. (x^2 + y^2 = \frac{61}{144}, y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{12})$$

Babilonska algebra

Mnoge pločice sadrže zadatke koji se svode na linearne i kvadratne, pa čak i kubne jednačbe i njihove sustave.

Primjer

Površinu i moje nasuprotno skupio sam i dobio 45'.

$$(x^2 + x = 45/60; x = (15' + 45') - 30' = 1 - 30' = 30')$$

Primjer

Zbrojio sam površine obiju mojih strana i dobio 0;25,25. Strana je

$$2/3 \text{ strane i } 0;5. (x^2 + y^2 = \frac{61}{144}, y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{12})$$

Babilonska geometrija

Primjer

*Mali kanal. 6 kuša dug. 2 kuša gornja širina. 1 kuš donja širina.
 $1\frac{1}{2}$ kuš dubina. $\frac{1}{3}$ sar zemlje radni učinak. 18 ljudi. Dani su što?
[...] 11 dana i $\frac{1}{4}$ su dani.*

Babilonska geometrija

Primjer

*Mali kanal. 6 kuša dug. 2 kuša gornja širina. 1 kuš donja širina.
 $1\frac{1}{2}$ kuš dubina. $\frac{1}{3}$ sar zemlje radni učinak. 18 ljudi. Dani su što?
[...] 11 dana i $\frac{1}{4}$ su dani.*

1 sar = 1 nindan² kuš, 1 nindan = 12 kuš.

*Volumen kanala ispada $(1,7; 30)_{60}$ sar. S druge strane, 18 ljudi
dnevno iskopa 6 sar pa se dobiva navedeno rješenje.*

Babilonska geometrija

Primjer

Mali kanal. 6 kuša dug. 2 kuša gornja širina. 1 kuš donja širina. $1\frac{1}{2}$ kuš dubina. $\frac{1}{3}$ sar zemlje radni učinak. 18 ljudi. Dani su što? [...] 11 dana i $\frac{1}{4}$ su dani.

1 sar = 1 nindan² kuš, 1 nindan = 12 kuš.

Volumen kanala ispada $(1,7; 30)_{60}$ sar. S druge strane, 18 ljudi dnevno iskopa 6 sar pa se dobiva navedeno rješenje.

Jedna pločica iz razdoblja 1900.–1600. pr. Kr. interpretira se kao tvrdnja da je opseg pravilnog šesterokuta jednaka $\frac{24}{25}$ opsega tom šesterokutu opisane kružnice:

$$r = a_6 \Rightarrow O_6 = 6a_6 = 6r \approx \frac{24}{25}O = \frac{24}{25} \cdot 2r\pi \Rightarrow \pi \approx \frac{25}{8}$$

Primjer

"4 je duljina i 5 dijagonala. Kolika je širina? Nije poznata. 4 puta 4 je 16. 5 puta 5 je 25. Oduzmeš 16 od 25 i ostaje 9. Što da uzmem da dobijem 9? 3 puta 3 je 9. 3 je širina."

Primjer

"4 je duljina i 5 dijagonala. Kolika je širina? Nije poznata. 4 puta 4 je 16. 5 puta 5 je 25. Oduzmeš 16 od 25 i ostaje 9. Što da uzmem da dobijem 9? 3 puta 3 je 9. 3 je širina."

Babilonci su poznavali Pitagorin i Talesov teorem i koristili ih u kombinacijama. Neki su zadaci rješavani koristeći proporcionalnost ekvivalentnu kotangensu.

Primjer

"4 je duljina i 5 dijagonala. Kolika je širina? Nije poznata. 4 puta 4 je 16. 5 puta 5 je 25. Oduzmeš 16 od 25 i ostaje 9. Što da uzmem da dobijem 9? 3 puta 3 je 9. 3 je širina."

Babilonci su poznavali Pitagorin i Talesov teorem i koristili ih u kombinacijama. Neki su zadaci rješavani koristeći proporcionalnost ekvivalentnu kotangensu.

Tablica Plimpton 322 sadrži pitagorejske trojke,

Primjer

"4 je duljina i 5 dijagonala. Kolika je širina? Nije poznata. 4 puta 4 je 16. 5 puta 5 je 25. Oduzmeš 16 od 25 i ostaje 9. Što da uzmem da dobijem 9? 3 puta 3 je 9. 3 je širina."

Babilonci su poznavali Pitagorin i Talesov teorem i koristili ih u kombinacijama. Neki su zadaci rješavani koristeći proporcionalnost ekvivalentnu kotangensu.

Tablica Plimpton 322 sadrži pitagorejske trojke, točnije, u toj je tablici u drugom stupcu kraća kateta b trokuta, u trećem hipotenuza c , a u prvom stupcu su kvadrati omjera c/a .

Primjer

"4 je duljina i 5 dijagonala. Kolika je širina? Nije poznata. 4 puta 4 je 16. 5 puta 5 je 25. Oduzmeš 16 od 25 i ostaje 9. Što da uzmem da dobijem 9? 3 puta 3 je 9. 3 je širina."

Babilonci su poznavali Pitagorin i Talesov teorem i koristili ih u kombinacija. Neki su zadaci rješavani koristeći proporcionalnost ekvivalentnu kotangensu.

Tablica Plimpton 322 sadrži pitagorejske trojke, točnije, u toj je tablici u drugom stupcu kraća kateta b trokuta, u trećem hipotenuza c , a u prvom stupcu su kvadrati omjera c/a .

Primjer (BM 85 196)

Greda duljine 30' kuš je naslonjena na zid. Gornji kraj je skliznuo za 6' kuš. Koliko je donji kraj udaljen od zida? Rješenje: 18'.

Primjer

"4 je duljina i 5 dijagonala. Kolika je širina? Nije poznata. 4 puta 4 je 16. 5 puta 5 je 25. Oduzmeš 16 od 25 i ostaje 9. Što da uzmem da dobijem 9? 3 puta 3 je 9. 3 je širina."

Babilonci su poznavali Pitagorin i Talesov teorem i koristili ih u kombinacija. Neki su zadaci rješavani koristeći proporcionalnost ekvivalentnu kotangensu.

Tablica Plimpton 322 sadrži pitagorejske trojke, točnije, u toj je tablici u drugom stupcu kraća kateta b trokuta, u trećem hipotenuza c , a u prvom stupcu su kvadrati omjera c/a .

Primjer (BM 85 196)

Greda duljine 30' kuš je naslonjena na zid. Gornji kraj je skliznuo za 6' kuš. Koliko je donji kraj udaljen od zida? Rješenje: 18'.

YBC 7289: Heronova metoda za $\sqrt{\cdot}$!?

$$a_{i+1} = \frac{1}{2} \left(a_i + \frac{n}{a_i} \right) \rightarrow \sqrt{n}$$

YBC 7289: Heronova metoda za $\sqrt{\cdot}$?!

$$a_{i+1} = \frac{1}{2} \left(a_i + \frac{n}{a_i} \right) \rightarrow \sqrt{n}$$

Primjer ($\sqrt{2} = ?$)

$1^2 \leq 2 \leq 2^2 \Rightarrow$ *prva aproksimacija za $\sqrt{2}$ je $1 = \lfloor \sqrt{2} \rfloor$.*

Korak	a	$\sqrt{n} \approx$	$(\cdot)_{60}$
1	1	$\frac{3}{2}$	1; 30
2	$\frac{3}{2}$	$\frac{17}{12}$	1; 25
3	$\frac{17}{12}$	$\frac{577}{408}$	1; 24,51,10(,35,...) $\approx$ 1; 24,51,11
4	$\frac{577}{408}$	$\frac{665857}{470832}$	1; 24,51,10(,7,...) $\approx$ 1; 24,51,10

YBC 7289: Heronova metoda za $\sqrt{\cdot}$?!

$$a_{i+1} = \frac{1}{2} \left(a_i + \frac{n}{a_i} \right) \rightarrow \sqrt{n}$$

Primjer ($\sqrt{2} = ?$)

$1^2 \leq 2 \leq 2^2 \Rightarrow$ *prva aproksimacija za $\sqrt{2}$ je $1 = \lfloor \sqrt{2} \rfloor$.*

Korak	a	$\sqrt{n} \approx$	$(\cdot)_{60}$
1	1	$\frac{3}{2}$	1; 30
2	$\frac{3}{2}$	$\frac{17}{12}$	1; 25
3	$\frac{17}{12}$	$\frac{577}{408}$	1; 24,51,10(,35,...) $\approx$ 1; 24,51,11
4	$\frac{577}{408}$	$\frac{665857}{470832}$	1; 24,51,10(,7,...) $\approx$ 1; 24,51,10

Sljedeći tjedan: Jonsko i atensko razdoblje do Platona. Podsjetite se povijesti Grčke do 4. st. pr. Kr.!