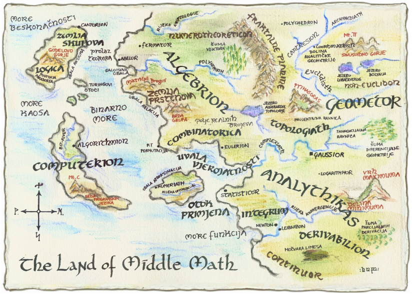
Povijest matematike

7. Renesansa I.

Franka Miriam Brückler



Slika: © FMB 1999 (CC BY-NC-ND)

Renesansa

- što iz opće kulture i povijesti znate o renesansi?

Renesansa

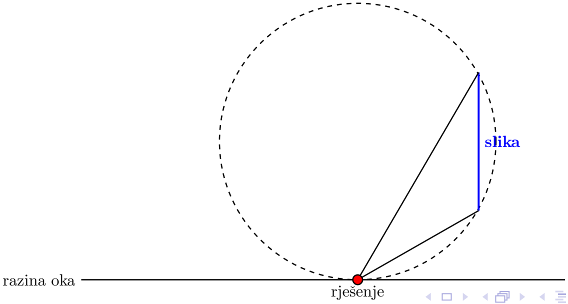
- što iz opće kulture i povijesti znate o renesansi?
- što je otežavalo dalji razvitak matematike potkraj srednjeg vijeka?

Renesansa

- što iz opće kulture i povijesti znate o renesansi?
- što je otežavalo dalji razvitak matematike potkraj srednjeg vijeka?
- pet glavnih (ne i jedinih!) renesansnih matematičkih ,,novotarija":
    - razvitak matematičke notacije
    - primjene u likovnoj umjetnosti
    - primjene u astronomiji i fizici
    - rješenja algebarskih jednadžbi 3. i 4. stupnja
    - logaritmi

Johann Müller Regiomontanus (1436.–1476.)

- astronom i matematičar iz Königsberga
- Džābir ibn Aflaḥ (Geber Hispalensis, ca. 1100.–1160.) *Islah al-Madžisti* $\rightarrow$
- *De triangulis omnimodis* (1464./1533.): prvi sustavni prikaz ravninske i sferne trigonometrije
- res-census terminologija
- 1471. Regiomontanusov problem



Matematička simbolika u doba renesanse I.

- Johannes Widmann (1489.): + i −
- Christoff Rudolff *Die Coss* (1525.): $\sqrt{\cdot}$ (→ kosisti)
- Nicolas Chuquet (ca. 1445.–1487.): *Triparty en la science des nombres*, 1484.
- milijun, bilijun i trilijun
- kako bismo danas zapisali Chuquetov izraz

$$R^2\underline{4^2\tilde{p}4^1}\tilde{p}2^1\tilde{p}1?$$

Perspektiva i . . .

- Oko 1420. **Filippo Brunelleschi** (1377.–1446.) — glavno pravilo linearne perspektive: Svi pravci danog smjera u nekoj ravnini (koja nije ravnina slike) „konvergiraju" k istoj izbježnoj točki.
- objašnjenja: Leone Alberti: *De pictura* (na latinskom, 1435.) i *Della pittura* (na talijanskom, 1436.).
- Po čemu je matematički značajan Pierro della Francesca (1412.–1492.): *De prospectiva pingendi*, *De quinque corporibus regularibus*

Perspektiva i ...

- Oko 1420. **Filippo Brunelleschi** (1377.–1446.) — glavno pravilo linearne perspektive: Svi pravci danog smjera u nekoj ravnini (koja nije ravnina slike) „konvergiraju" k istoj izbježnoj točki.
- objašnjenja: Leone Alberti: *De pictura* (na latinskom, 1435.) i *Della pittura* (na talijanskom, 1436.).
- Po čemu je matematički značajan Pierro della Francesca (1412.–1492.): *De prospectiva pingendi*, *De quinque corporibus regularibus*
- Albrecht Dürer (1471.–1528.): *Underweysung der Messung mit dem Zirckel und Richtscheyt* (1525.), perspektiva, Melencolia I

Fra Luca Pacioli (1445.–1517.)

- della Francesca → De divina proportione (1509.) — ilustracije: Leonardo da Vinci (1452.–1519.)
- *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*, poznato jednostavno kao *Summa* (1494.): jednadžbe 4. stupnja koje se mogu svesti na kvadratne, res-census terminologija i p., m., R.

Fra Luca Pacioli (1445.–1517.)

- della Francesca $\to$ De divina proportione (1509.) — ilustracije: Leonardo da Vinci (1452.–1519.)
- *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*, poznato jednostavno kao *Summa* (1494.): jednadžbe 4. stupnja koje se mogu svesti na kvadratne, res-census terminologija i p., m., R.

Što je o jednadžbama bilo opće poznato prije renesanse? Što su to rješenja jednažbi u radikalima?

Renesansna algebra I.

- Svaka kubna jednadžba može se reducirati, tj. iz nje se može eliminirati kvadratni član: na mjesto nepoznanice supstituiramo novu nepoznanicu umanjenu/uvećanu za trećinu koeficijenta uz kvadrat
- $x^3 + 3x^2 = 12x + 18$: $x = y - 1 \Rightarrow y^3 = 15y + 4$

Renesansna algebra I.

- Svaka kubna jednadžba može se reducirati, tj. iz nje se može eliminirati kvadratni član: na mjesto nepoznanice supstituiramo novu nepoznanicu umanjenu/uvećanu za trećinu koeficijenta uz kvadrat
- $x^3 + 3x^2 = 12x + 18$: $x = y - 1 \Rightarrow y^3 = 15y + 4$
- Od 19, tj. 14 Hajjamovih tipova preostaju tri:

$$x^3 + b^2 x = c^3,$$
$$x^3 = b^2 x + c^3,$$
$$x^3 + c^3 = b^2 x.$$

- Suvremeno: $x^3 + px + q = 0$

Renesansna algebra I.

- Svaka kubna jednadžba može se reducirati, tj. iz nje se može eliminirati kvadratni član: na mjesto nepoznanice supstituiramo novu nepoznanicu umanjenu/uvećanu za trećinu koeficijenta uz kvadrat
- $x^3 + 3x^2 = 12x + 18$: $x = y - 1 \Rightarrow y^3 = 15y + 4$
- Od 19, tj. 14 Hajjamovih tipova preostaju tri:

$$x^3 + b^2 x = c^3,$$
$$x^3 = b^2 x + c^3,$$
$$x^3 + c^3 = b^2 x.$$

- Suvremeno: $x^3 + px + q = 0$
- Scipione del Ferro (ca. 1463.–1526.) oko 1515. nalazi rješenje u radikalima za jedan od tri tipa — tajno! $\rightarrow$ Antonio Fior, Hannibal Nave

Svađe oko rješenja (ne samo) kubnih jednadžbi

- Niccolò Fontana Tartaglia (ca. 1500.–1557.) — ,,mucavac", samouki matematičar; balistika i kubna jednadžba

Svađe oko rješenja (ne samo) kubnih jednadžbi

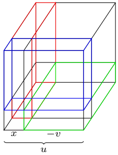
- Niccolò Fontana Tartaglia (ca. 1500.–1557.) — ,,mucavac", samouki matematičar; balistika i kubna jednadžba
- 1530-ih godina otkrio metodu za rješavanje kubne jednadžbe oblika $x^3 + a\,x^2 = c^3$, Fior ga izaziva na natjecanje (1535.)
- ,,Nađi broj koji zbrojen sa svojim kubom daje 6"

Svađe oko rješenja (ne samo) kubnih jednadžbi

- Niccolò Fontana Tartaglia (ca. 1500.–1557.) — ,,mucavac“, samouki matematičar; balistika i kubna jednadžba
- 1530-ih godina otkrio metodu za rješavanje kubne jednadžbe oblika $x^3 + a\,x^2 = c^3$, Fior ga izaziva na natjecanje (1535.)
- ,,Nađi broj koji zbrojen sa svojim kubom daje 6“
- Girolamo Cardano (1501.–1576.)

Svađe oko rješenja (ne samo) kubnih jednadžbi

- Niccolò Fontana Tartaglia (ca. 1500.–1557.) — ,,mucavac", samouki matematičar; balistika i kubna jednadžba
- 1530-ih godina otkrio metodu za rješavanje kubne jednadžbe oblika $x^3 + a\,x^2 = c^3$, Fior ga izaziva na natjecanje (1535.)
- ,,Nađi broj koji zbrojen sa svojim kubom daje 6"
- Girolamo Cardano (1501.–1576.)
- *Ars Magna* (1545.), *Liber de Ludo Aleae* (napisano oko 1562., ali objavljeno tek 1663.)
- Što se može reći u Cardanovu obranu oko kršenja danog obećanja?



Del Ferro-Tartaglia-Cardanova metoda

$$x^3 + p\,x + q = 0: \quad x = u + v \Rightarrow$$
$$u^3 + v^3 + (3u\,v + p)(u + v) + q = 0.$$

Dodajemo uvjet $3u\,v + p = 0$ — dobijemo sustav:

$$u^3 + v^3 = -q, \quad u^3 v^3 = -p^3/27.$$

On se supstitucijom svodi na kvadratnu jednadžbu za u^3 (v^3).

Zadatak

Riješite Fiorov zadatak del Ferro-Tartaglia-Cardanovom metodom!

Primjer

Cardano je za $x^3 = 15x + 4$ *znao da je jedno rješenje* $x = 4$, *a izračunao je* $x = u + v = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$: *prva pojava kompleksnih brojeva u povijesti!*

Lodovico Ferrari (1522.–1565.)

- rješenje jednadžbi 4. stupnja u radikalima
- primjer:

$$x^4 + 4x^3 - 17x^2 - 24x + 36 = 0$$

1. supstitucija $x = y$ minus $\frac{1}{4}$ koeficijenta uz x^3, reduciranu jednadžbu zapisujemo tako da lijevo ostanu članovi 2. i 4. stupnja, a ostali desno:
2. lijevu stranu svedemo na potpun kvadrat $(y^2 + A)^2$
3. pribrojimo $t^2 + 2t\left(y^2 + A\right)$, tako da lijeva strana i dalje bude pozpun kvasdrat
4. nađemo jedan t tako da i desna strana bude potpun kvadrat
5. korjenujemo

Rafael Bombelli (1526.–1572.)

- *Algebra* (1572.): potpun prikaz tada poznate algebre, uključujući pravila aritmetike s pozitivnim i negativnim brojevima, dokaz da je problem trisekcije kuta ekvivalentan rješavanju kubne jednadžbe,
- prva detaljna diskusija kompleksnih brojeva i računanja s njima, npr. $+\sqrt{-n} \cdot +\sqrt{-n} = -n$
- geometrijska definicija realnih brojeva: Ako se odabere jedinična duljina, onda se brojevi mogu predstaviti kao duljine
- zanimljiva $\boxed{\text{algebarska notacija}}$

Primjer

Bombelli je pokazao da je $x = \sqrt[3]{2+\sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{-121}} = 4$*:*
Ako izraz ima smisla, onda je $\sqrt[3]{2 \pm \sqrt{-121}} = a \pm b\sqrt{-1}$.
Kubiranje: $2 + \sqrt{-121} = a(a^2 - 3b^2) + b(3a^2 - b^2)\sqrt{-1}$,
tj. $2 = a(a^2 - 3b^2)$ *i* $11 = b(3a^2 - b^2)$ *— to vrijedi za* $a = 2$ *i* $b = 1$.

Renesansni fizičari i astronomi u matematici

- Simon Stevin (1548.–1620.):
  - *De Beghinselen der Weegconst* (1586.) — paralelogram sila: vektori
  - $\boxed{\textit{De Thiende}}$ (*Desetina*, 1585.) — decimalni razlomci prvi put u Europi

Renesansni fizičari i astronomi u matematici

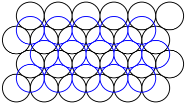
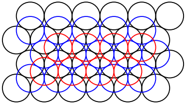
- Simon Stevin (1548.–1620.):
  - *De Beghinselen der Weegconst* (1586.) — paralelogram sila: vektori
  - $\boxed{\textit{De Thiende}}$ (*Desetina*, 1585.) — decimalni razlomci prvi put u Europi
- Galileo Galilei (1564.–1642.):
  - prva pojava beskonačnog skupa:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \dots \\ 1 & 4 & 9 & 16 & 25 & \dots \end{array}$$

  - pri bacanju triju kockica nisu svi zbrojevi jednako vjerojatni (Cardano: prvi opis zašto pri bacanju dvije kocke nisu svi zbrojevi jednako vjerojatni): vjerojatnost
  - temelji računa pogreške (*Dialogo opra i due Massimi Sistemi del Mondo Tolemaico e Copernicano*, 1632.):
    - Samo je jedna točna vrijednost mjerene fizikalne veličine.
    - Mjerenja nose grešku uslijed nesavršenosti promatrača i mjernog instrumenta.
    - Greške se raspoređuju simetrično s obzirom na 0 (jednako je

Johannes Kepler (1571.–1630.)

- Keplerov prvi model Sunčevog sustava u *Mysterium cosmographicum* (1596.)
- Keplerovi zakoni (1609./19.): elipsa u prirodi (Galileo: parabola)
- prvi sustavni pristup poliedrima: Arhimedova tijela, antiprizme, rompski dodekaedar, rompski triakontaedar, zvjezdasti poliedri
- *Strena, seu, De niue sexangula* (1611.): Keplerova hipoteza (dokazano 2017.) o najgušćem pakiranju jednakih kugli

- *Nova stereometria doliorum vinariourum* (1615.): volumeni rotacijskih tijela, Keplerov problem bačve