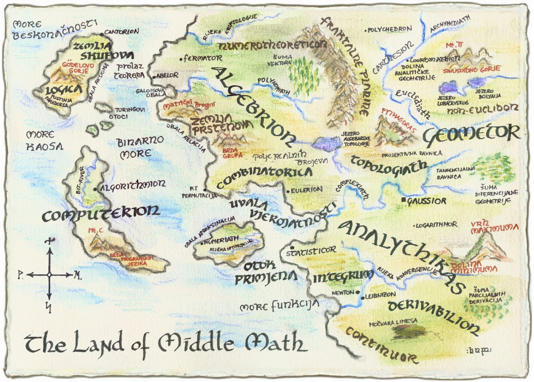
Povijest matematike

Matematika u doba druge znanstvene revolucije #1

Franka Miriam Brückler



Slika: © FMB 1999 (CC BY-NC-ND)

Osnovni teorem algebre & kompleksni brojevi

- Što dosad znamo o povijesti kompleksnih brojeva?

Osnovni teorem algebre & kompleksni brojevi

- Što dosad znamo o povijesti kompleksnih brojeva? Osnovnog teorema algebre?

Osnovni teorem algebre & kompleksni brojevi

- Što dosad znamo o povijesti kompleksnih brojeva? Osnovnog teorema algebre?
- Krajem 18. st. glavni problem s kompleksnim brojevima je nedostatak geometrijske interpretacije. Kompleksnu ravninu otkrili su Caspar Wessel (1799.), Carl Friedrich Gauß (1796./1831.) i Jean-Robert Argand (1806./1813.).
- Prvi potpun dokaz osnovnog teorema algebre za polinome s realnim koeficijentima dao je 1799. Carl Friedrich Gauß.

Osnovni teorem algebre & kompleksni brojevi

- Što dosad znamo o povijesti kompleksnih brojeva? Osnovnog teorema algebre?
- Krajem 18. st. glavni problem s kompleksnim brojevima je nedostatak geometrijske interpretacije. Kompleksnu ravninu otkrili su Caspar Wessel (1799.), Carl Friedrich Gauß (1796./1831.) i Jean-Robert Argand (1806./1813.).
- Prvi potpun dokaz osnovnog teorema algebre za polinome s realnim koeficijentima dao je 1799. Carl Friedrich Gauß. Neovisno o njemu, 1813. dokaz je dao i Jean-Robert Argand. On je ujedno prvi formulirao teorem i za slučaj kompleksnih koeficijenata, a taj je pak prvi dokazao Gauß (1849.).

Osnovni teorem algebre & kompleksni brojevi

- Što dosad znamo o povijesti kompleksnih brojeva? Osnovnog teorema algebre?
- Krajem 18. st. glavni problem s kompleksnim brojevima je nedostatak geometrijske interpretacije. Kompleksnu ravninu otkrili su Caspar Wessel (1799.), Carl Friedrich Gauß (1796./1831.) i Jean-Robert Argand (1806./1813.).
- Prvi potpun dokaz osnovnog teorema algebre za polinome s realnim koeficijentima dao je 1799. Carl Friedrich Gauß. Neovisno o njemu, 1813. dokaz je dao i Jean-Robert Argand. On je ujedno prvi formulirao teorem i za slučaj kompleksnih koeficijenata, a taj je pak prvi dokazao Gauß (1849.).
- Time je otvoreno pitanje:

Osnovni teorem algebre & kompleksni brojevi

- Što dosad znamo o povijesti kompleksnih brojeva? Osnovnog teorema algebre?
- Krajem 18. st. glavni problem s kompleksnim brojevima je nedostatak geometrijske interpretacije. Kompleksnu ravninu otkrili su Caspar Wessel (1799.), Carl Friedrich Gauß (1796./1831.) i Jean-Robert Argand (1806./1813.).
- Prvi potpun dokaz osnovnog teorema algebre za polinome s realnim koeficijentima dao je 1799. Carl Friedrich Gauß. Neovisno o njemu, 1813. dokaz je dao i Jean-Robert Argand. On je ujedno prvi formulirao teorem i za slučaj kompleksnih koeficijenata, a taj je pak prvi dokazao Gauß (1849.).
- Time je otvoreno pitanje: Može li se polje kompleksnih brojeva proširiti?

Osnovni teorem algebre & kompleksni brojevi

- Što dosad znamo o povijesti kompleksnih brojeva? Osnovnog teorema algebre?
- Krajem 18. st. glavni problem s kompleksnim brojevima je nedostatak geometrijske interpretacije. Kompleksnu ravninu otkrili su Caspar Wessel (1799.), Carl Friedrich Gauß (1796./1831.) i Jean-Robert Argand (1806./1813.).
- Prvi potpun dokaz osnovnog teorema algebre za polinome s realnim koeficijentima dao je 1799. Carl Friedrich Gauß. Neovisno o njemu, 1813. dokaz je dao i Jean-Robert Argand. On je ujedno prvi formulirao teorem i za slučaj kompleksnih koeficijenata, a taj je pak prvi dokazao Gauß (1849.).
- Time je otvoreno pitanje: Može li se polje kompleksnih brojeva proširiti? Karl Weierstraß (1863.): Ne!

Geometrijska topologija

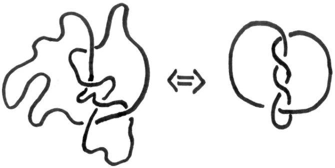
- Po čemu je još poznat Carl Friedrich Gauß (1777.–1855.)?

Geometrijska topologija

- Po čemu je još poznat Carl Friedrich Gauß (1777.–1855.)?
- Što je $\boxed{\text{teorija uzlova}}$? Kad su dva uzla ekvivalentna?

Geometrijska topologija

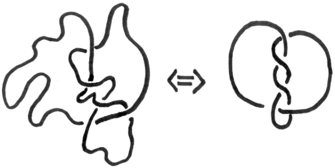
- Po čemu je još poznat Carl Friedrich Gauß (1777.–1855.)?
- Što je $\boxed{\text{teorija uzlova}}$? Kad su dva uzla ekvivalentna?



- Izraz topologija prvi je koristio Johann Benedict Listing (1802.–1882.), no u to doba još ostaje uobičajen naziv *analysis situs*.

Geometrijska topologija

- Po čemu je još poznat Carl Friedrich Gauß (1777.–1855.)?
- Što je $\boxed{\text{teorija uzlova}}$? Kad su dva uzla ekvivalentna?



- Izraz topologija prvi je koristio Johann Benedict Listing (1802.–1882.), no u to doba još ostaje uobičajen naziv *analysis situs*.
- Listing je prvi 1861. opisao $\boxed{\text{Möbiusovu traku}}$, koju je pak 1858. otkrio August Ferdinand Möbius (1790.–1868.).

- Bernhard Riemann je 1850ih razmatrao pitanja povezanosti ploha i 1857. uveo $\boxed{\text{Riemannove plohe}}$

- Bernhard Riemann je 1850ih razmatrao pitanja povezanosti ploha i 1857. uveo $\boxed{\text{Riemannove plohe}}$
- Marie Ennemond Camille Jordan (1838.–1922.): $\boxed{\text{Jordanov teorem}}$ (1893.)?

- Bernhard Riemann je 1850ih razmatrao pitanja povezanosti ploha i 1857. uveo $\boxed{\text{Riemannove plohe}}$
- Marie Ennemond Camille Jordan (1838.–1922.): $\boxed{\text{Jordanov teorem}}$ (1893.)?
- Riemann i Jordan su smatrali da Eulerova karakteristika $\chi = V - B + S$ potpuno određuje zatvorenu plohu
- Möbius je 1863. otkrio osnovne tipove zatvorenih ploha: 2-sfera, torus, ... (slika **??**) — 1907. to pokriva sve zatvorene orijentabilne plohe

- Bernhard Riemann je 1850ih razmatrao pitanja povezanosti ploha i 1857. uveo $\boxed{\text{Riemannove plohe}}$
- Marie Ennemond Camille Jordan (1838.–1922.): $\boxed{\text{Jordanov teorem}}$ (1893.)?
- Riemann i Jordan su smatrali da Eulerova karakteristika $\chi = V - B + S$ potpuno određuje zatvorenu plohu
- Möbius je 1863. otkrio osnovne tipove zatvorenih ploha: 2-sfera, torus, ... (slika **??**) — 1907. to pokriva sve zatvorene orijentabilne plohe
- Zašto je za povijest topologije važan Jules Henri Poincaré?

- Bernhard Riemann je 1850ih razmatrao pitanja povezanosti ploha i 1857. uveo $\boxed{\text{Riemannove plohe}}$
- Marie Ennemond Camille Jordan (1838.–1922.): $\boxed{\text{Jordanov teorem}}$ (1893.)?
- Riemann i Jordan su smatrali da Eulerova karakteristika $\chi = V - B + S$ potpuno određuje zatvorenu plohu
- Möbius je 1863. otkrio osnovne tipove zatvorenih ploha: 2-sfera, torus, ... (slika **??**) — 1907. to pokriva sve zatvorene orijentabilne plohe
- Zašto je za povijest topologije važan Jules Henri Poincaré? Objasnite Poincaréovu hipotezu!
- Što su to $\boxed{\text{sedam milenijskih problema}}$?

Teorija grafova u 19. stoljeću

- Kako je nastala teorija grafova?

Teorija grafova u 19. stoljeću

- Kako je nastala teorija grafova?
- Gustav Kirchhoff je proučavao strujne krugova i razvio teoriju razapinjućih stabala u svrhu određivanja jakosti struje u pojedinim granama

Teorija grafova u 19. stoljeću

- Kako je nastala teorija grafova?
- Gustav Kirchhoff je proučavao strujne krugova i razvio teoriju razapinjućih stabala u svrhu određivanja jakosti struje u pojedinim granama
- Arthur Cayley (1821.–1895.) se pak bavio kemijskim kombinatornim problemima i prebrajao stabla koja se pojavljuju pri prebrajanju strukturnih izomera; posebno, prebrojio je alkane C_nH_{2n+2} za razne n i uočio da se to svodi na prebrajanje stabala s n vrhova stupnja 4 i $2n+2$ vrhom stupnja 1

Teorija grafova u 19. stoljeću

- Kako je nastala teorija grafova?
- Gustav Kirchhoff je proučavao strujne krugova i razvio teoriju razapinjućih stabala u svrhu određivanja jakosti struje u pojedinim granama
- Arthur Cayley (1821.–1895.) se pak bavio kemijskim kombinatornim problemima i prebrajao stabla koja se pojavljuju pri prebrajanju strukturnih izomera; posebno, prebrojio je alkane C_nH_{2n+2} za razne n i uočio da se to svodi na prebrajanje stabala s n vrhova stupnja 4 i $2n+2$ vrhom stupnja 1
- James Joseph Sylvester (1814.–1897.) – člankom u *Nature* (1878.) uveo naziv „graf";
- Sir William Rowan Hamilton (1805.–1865.) – 1859. *Icosian game* (*Put oko svijeta*): mogu li se bridovi dodekaedra obići tako da se svaki vrh posjeti točno jednom?

Teorem o 4 boje

- južnoafrički matematičar i botaničar Francis Guthrie (1831.–1899.), koji je matematiku studirao u Londonu, primijetio je da se razne zemljopisne karte mogu obojiti s 4 boje tako da susjedne zemlje imaju različite boje;
- 1852: Koji je najmanji broj boja potreban za bojanje svih zemljopisnih karti (vrhova planarnog grafa)? (pritom su zemlje jednostavno povezane: nemaju rupa i u jednom „komadu")
- pitanje je proslijedio svom profesoru Augustusu de Morganu
- 1878. Cayley spominje problem, uskoro zatim postaje popularan
- Cayleyev student Alfred Kempe je 1879 objavio navodni dokaz, 11 g. kasnije otkrivena je greška; otkrio ju je Percy Heawood i pojednostavljenjem Kempeovih argumenata dokazao tm o 5 boja
- tijekom 20. st. razni dokazi za „do n" zemalja
- 1976 Kenneth Appel i Wolfgang Haken – prvi dokaz korišenjem računala – pitanje rigoroznosti?

Otkriće neeuklidskih geometrija

Kakvo je stanje po pitanju Euklidovog postulata o paralelama bilo krajem 18. st.?

Otkriće neeuklidskih geometrija

Kakvo je stanje po pitanju Euklidovog postulata o paralelama bilo krajem 18. st.?

Johann Karl Friedrich Gauß:

- s EP5 se bavio od svoje petnaeste godine,
- najkasnije 1824. postao uvjeren u njegovu nezavisnost,
- pokušao izvesti posljedice geometrije u kojoj bi kroz zadanu točku postojala više od jedne paralele sa zadanim pravcem,
- nije objavio svoje rezultate

Otkriće neeuklidskih geometrija

Kakvo je stanje po pitanju Euklidovog postulata o paralelama bilo krajem 18. st.?

Johann Karl Friedrich Gauß:

- s EP5 se bavio od svoje petnaeste godine,
- najkasnije 1824. postao uvjeren u njegovu nezavisnost,
- pokušao izvesti posljedice geometrije u kojoj bi kroz zadanu točku postojala više od jedne paralele sa zadanim pravcem,
- nije objavio svoje rezultate

Farkas Bolyai (1775.–1856.) – Gaußov prijatelj; nekoliko neuspješnih pokušaja dokaza EP5

Otkriće neeuklidskih geometrija

Kakvo je stanje po pitanju Euklidovog postulata o paralelama bilo krajem 18. st.?

Johann Karl Friedrich Gauß:

- s EP5 se bavio od svoje petnaeste godine,
- najkasnije 1824. postao uvjeren u njegovu nezavisnost,
- pokušao izvesti posljedice geometrije u kojoj bi kroz zadanu točku postojala više od jedne paralele sa zadanim pravcem,
- nije objavio svoje rezultate

Farkas Bolyai (1775.–1856.) – Gaußov prijatelj; nekoliko neuspješnih pokušaja dokaza EP5

János Bolyai (1802.–1860.) – otac mu je preporučio da se time ne bavi, no 1823. piše ocu: *Otkrio sam stvari tako divne da sam zaprepašten . . . Iz ničega sam stvorio čudan novi svijet.*

1825. je János te rezultate objavio na 24 strane dodatka očevoj knjizi

Gauß: János je genije; ali, i sam je isto već otkrio

Bolyaijev čudan novi svijet

János Bolyai **nije** dokazao da postoji geometrija u kojoj ne vrijedi EP5!

„Samo" je izveo posljedice geometrije u kojoj postoji više od jedne paralele, ako takva postoji.

No, prvi put: takva geometrija je moguća! Tako je dobio prve „prave" teoreme hiperbolične geometrije.

Bolyaijev čudan novi svijet

János Bolyai **nije** dokazao da postoji geometrija u kojoj ne vrijedi EP5!
„Samo" je izveo posljedice geometrije u kojoj postoji više od jedne paralele, ako takva postoji.
No, prvi put: takva geometrija je moguća! Tako je dobio prve „prave" teoreme hiperbolične geometrije.
No, nije bio jedini: Nikolaj Ivanovič Lobačevski (1792.–1856.) je uz iste pretpostavke kao Bolyai dobio je niz teorema hiperbolične geometrije i objavio ih 1829.;

Bolyaijev čudan novi svijet

János Bolyai **nije** dokazao da postoji geometrija u kojoj ne vrijedi EP5!

„Samo” je izveo posljedice geometrije u kojoj postoji više od jedne paralele, ako takva postoji.

No, prvi put: takva geometrija je moguća! Tako je dobio prve „prave” teoreme hiperbolične geometrije.

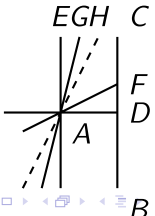
No, nije bio jedini: Nikolaj Ivanovič Lobačevski (1792.–1856.) je uz iste pretpostavke kao Bolyai dobio je niz teorema hiperbolične geometrije i objavio ih 1829.;*Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien* (1840.)

Bolyaijev čudan novi svijet

János Bolyai **nije** dokazao da postoji geometrija u kojoj ne vrijedi EP5!
„Samo” je izveo posljedice geometrije u kojoj postoji više od jedne paralele, ako takva postoji.
No, prvi put: takva geometrija je moguća! Tako je dobio prve „prave” teoreme hiperbolične geometrije.
No, nije bio jedini: Nikolaj Ivanovič Lobačevski (1792.–1856.) je uz iste pretpostavke kao Bolyai dobio je niz teorema hiperbolične geometrije i objavio ih 1829.; *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien* (1840.)

Postulat Lobačevskog, 1840.

U ravnini kroz svaku točku izvan danog pravca postoje (bar) dvije paralele s tim pravcem.



Prvi modeli hiperbolične geometrije

Postoji li uopće takva geometrija ili je možda ipak peti postulat teorem?

Prvi modeli hiperbolične geometrije

Postoji li uopće takva geometrija ili je možda ipak peti postulat teorem?

Eugenio Beltrami (1835.–1900.) 1868. dao prvi model hiperbolične geometrije: Pseudosfera je rotaciona ploha $\boxed{\text{traktrise}}$ oko njene asimptote.

U ovom modelu su pravci geodetske linije (najkraće spojnice).

- Felix Klein (1849.–1925.) je 1871. pokazao da u biti postoje tri osnovna tipa dvodimenzionalne geometrije: geometrija tipa Bolyai-Lobačevski, u kojoj pravci imaju po dvije beskonačno daleke točke, Riemannova sferna, u kojoj pravci nemaju beskonačno dalekih točaka (odnosno, imaju dvije imaginarne beskonačno daleke točke), te euklidska, u kojoj svaki pravac ima dvije podudarne (tj. jednu) beskonačno daleke točke: hiperbolička, eliptička i parabolička geometrija

- Felix Klein (1849.–1925.) je 1871. pokazao da u biti postoje tri osnovna tipa dvodimenzionalne geometrije: geometrija tipa Bolyai-Lobačevski, u kojoj pravci imaju po dvije beskonačno daleke točke, Riemannova sferna, u kojoj pravci nemaju beskonačno dalekih točaka (odnosno, imaju dvije imaginarne beskonačno daleke točke), te euklidska, u kojoj svaki pravac ima dvije podudarne (tj. jednu) beskonačno daleke točke: hiperbolička, eliptička i parabolička geometrija
- neeuklidska geometrija je konzistentna ako i samo ako je euklidska konzistentna, čime su izjednačene u statusu

- Felix Klein (1849.–1925.) je 1871. pokazao da u biti postoje tri osnovna tipa dvodimenzionalne geometrije: geometrija tipa Bolyai-Lobačevski, u kojoj pravci imaju po dvije beskonačno daleke točke, Riemannova sferna, u kojoj pravci nemaju beskonačno dalekih točaka (odnosno, imaju dvije imaginarne beskonačno daleke točke), te euklidska, u kojoj svaki pravac ima dvije podudarne (tj. jednu) beskonačno daleke točke: hiperbolička, eliptička i parabolička geometrija
- neeuklidska geometrija je konzistentna ako i samo ako je euklidska konzistentna, čime su izjednačene u statusu
- David Hilbert (1862.–1943.) je tradicionalne Euklidove aksiome geometrije u *Grundlagen der Geometrie* zamijenio novim, modernim sustavom aksioma (1899.). Tada je ujedno i dokazao konzistentnost aksioma euklidske geometrije (kako smo rekli, to onda automatski povlači i konzistentnost aksioma neeuklidske geometrije) te dao dokaz nezavisnosti aksioma o paralelama od ostalih euklidskih aksioma

Teorija brojeva u 19. stoljeću

- Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805.–1859.):
- Prvi članak (1825.), kojim je odmah postao poznat, bio je dokaz jednog slučaja velikog Fermatovog teorema

Teorija brojeva u 19. stoljeću

- Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805.–1859.):
- Prvi članak (1825.), kojim je odmah postao poznat, bio je dokaz jednog slučaja velikog Fermatovog teorema
- Kasnije je Dirichlet dokazao VFT i za $n = 14$.
- u aritmetičkom nizu u kome su prvi član i diferencija međusobno relativno prosti ima beskonačno mnogo prostih brojeva (hipotezu je postavio Gauß)
- uveo Dirichletov red $\sum_n a_n n^{-s}$
- bavio se analitičkom i algebarskom teorijom brojeva

Teorija brojeva u 19. stoljeću

- Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805.–1859.):
- Prvi članak (1825.), kojim je odmah postao poznat, bio je dokaz jednog slučaja velikog Fermatovog teorema
- Kasnije je Dirichlet dokazao VFT i za $n = 14$.
- u aritmetičkom nizu u kome su prvi član i diferencija međusobno relativno prosti ima beskonačno mnogo prostih brojeva (hipotezu je postavio Gauß)
- uveo Dirichletov red $\sum_n a_n n^{-s}$
- bavio se analitičkom i algebarskom teorijom brojeva
- Bernhard Riemann: $\boxed{\text{Riemannova hipoteza}}$

Riemannova hipoteza

Eulerov produkt

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_{p\text{ prim}} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1}.$$

vrijedi za sve kompleksne s s realnim dijelom većim od 1 i definira holomorfnu funkciju koja se može proširiti do holomorfne funkcije ζ na $\mathbf{C} \setminus \{1\}$.

Riemannova hipoteza

Eulerov produkt

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_{p \text{ prim}} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1}.$$

vrijedi za sve kompleksne s s realnim dijelom većim od 1 i definira holomorfnu funkciju koja se može proširiti do holomorfne funkcije ζ na $\mathbf{C} \setminus \{1\}$.

Ta $\boxed{\text{Riemannova } \zeta\text{-funkcija}}$ ima beskonačno mnogo trivijalnih nultočki (negativni parni brojevi) i to su jedine nultočke s negativnim realnim dijelom.

Riemannova hipoteza

Eulerov produkt

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_{p \text{ prim}} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1}.$$

vrijedi za sve kompleksne s s realnim dijelom većim od 1 i definira holomorfnu funkciju koja se može proširiti do holomorfne funkcije ζ na $\mathbf{C} \setminus \{1\}$.

Ta $\boxed{\text{Riemannova } \zeta\text{-funkcija}}$ ima beskonačno mnogo trivijalnih nultočki (negativni parni brojevi) i to su jedine nultočke s negativnim realnim dijelom.

Ne postoje ni nultočke s realnim dijelom većim od 1.

Riemannova hipoteza

Eulerov produkt

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_{p \text{ prim}} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1}.$$

vrijedi za sve kompleksne s s realnim dijelom većim od 1 i definira holomorfnu funkciju koja se može proširiti do holomorfne funkcije ζ na $\mathbf{C} \setminus \{1\}$.

Ta $\boxed{\text{Riemannova } \zeta\text{-funkcija}}$ ima beskonačno mnogo trivijalnih nultočki (negativni parni brojevi) i to su jedine nultočke s negativnim realnim dijelom.

Ne postoje ni nultočke s realnim dijelom većim od 1.

Sve netrivijalne nultočke od ζ imaju realni dio jednak $1/2$.

Veliki Fermatov teorem

- Dovoljno ga je dokazati za eksponent 4 (✓) i za proste eksponente;
- prvi značajniji generalni pristup: Sophie Germain (Monsieur Le Blanc, 1776.–1833.), dokazala je 1805. da teorem vrijedi za određenu klasu prostih p;

Veliki Fermatov teorem

- Dovoljno ga je dokazati za eksponent 4 (✓) i za proste eksponente;
- prvi značajniji generalni pristup: Sophie Germain (Monsieur Le Blanc, 1776.–1833.), dokazala je 1805. da teorem vrijedi za određenu klasu prostih p;
- do početka 20. st. dokazan je za sve eksponente manje od 100 te da vrijedi za beskonačno mnogo prostih eksponenata
- razvoj teorije brojeva sve je više odmicao od ovog problema
- do početka 1980-ih godina napredak se sastojao uglavnom u računalnim provjerama,

Veliki Fermatov teorem

- Dovoljno ga je dokazati za eksponent 4 (✓) i za proste eksponente;
- prvi značajniji generalni pristup: Sophie Germain (Monsieur Le Blanc, 1776.–1833.), dokazala je 1805. da teorem vrijedi za određenu klasu prostih p;
- do početka 20. st. dokazan je za sve eksponente manje od 100 te da vrijedi za beskonačno mnogo prostih eksponenata
- razvoj teorije brojeva sve je više odmicao od ovog problema
- do početka 1980-ih godina napredak se sastojao uglavnom u računalnim provjerama, a sredinom 1980-ih je G. Frey uočio da se ovaj teorem može dobiti iz jedne naizgled s njime potpuno nepovezane hipoteze (iz graničnog područja algebarske topologije i teorije brojeva): Shimura-Taniyama-Weil-ova hipoteza
- Veze između tih rezultata uspostavili su G. Frey, R. Taylor i A. Wiles. Andrew Wiles je 1995. konačno dokazao i zadnji potrebni korak.

Klasična algebra vektora

- 16. st. S. Stevin, Leonardo: paralelogram sila
- početkom 17. st. to je precizirao poopćio Roberval

Klasična algebra vektora

- 16. st. S. Stevin, Leonardo: paralelogram sila
- početkom 17. st. to je precizirao poopćio Roberval
- analitička geometrija, apstraktizacija matematike

Klasična algebra vektora

- 16. st. S. Stevin, Leonardo: paralelogram sila
- početkom 17. st. to je precizirao poopćio Roberval
- analitička geometrija, apstraktizacija matematike
- Möbius je 1827. u opisao baricentričke koordinate u ravnini te promatrao usmjerene veličine
- Giusto Bellavitis (1803.–1880.) je 1832. objavio djelo u kojem razlikuje dužine AB und BA, uvodi „ekvipolentnost” takvih orijentiranih dužina te zbrajanje istih
- Möbius 1837. prvi put jasno opisuje razlaganje vektora s obzirom na dvije osi

William Rowan Hamilton (1805.–1865.)

- 1833. je na temelju kompleksne ravnine interpretirao **C** kao dvodimenzionalni realni vektorski prostor i pokušao ih poopćiti na 3D
- rezultat je 4D vektorski prostor kvaterniona (1843.), za kojeg je ideju dobio $\boxed{\text{šetajući}}$ uz dublinski *Royal Canal*:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1.$$

- no, množenje kvaterniona nije komutativno, dakle oni ne čine polje (Weierstraß!)
- Hamilton je prvi koji koristi pojam vektor (1853.)

Definicija vektorskih prostora

- Hermann Günter Grassmann 1862.: apstraktne algebarske operacije, svojstva konačnodimenzionalnih apstraktnih vektorskih prostora (točnije, algebri)

Definicija vektorskih prostora

- Hermann Günter Grassmann 1862.: apstraktne algebarske operacije, svojstva konačnodimenzionalnih apstraktnih vektorskih prostora (točnije, algebri)
- prva aksiomatska definicija vektorskih prostora: Giuseppe Peano (1858.–1932.) u *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann preceduto dalle operazioni della logica deduttiva* (1888); zove ih linearnim sustavima
- definira zavisne i nezavisne objekte te dimenziju: dimenzija linearnog sustava je max. broj nezavisnih objekata u tom sustavu
- dokazao je da konačnodimenzionalni linearni sustavi imaju bazu i dao primjere beskonačnodimenzionalnih linearnih sustava

Determinante

- prvi objavljeni rezultati o determinantama: 1730-ih Colin Maclaurin dokazao Cramerovo pravilo za 2×2- i 3×3-sustave, koje je 1750. poopćio Gabriel Cramer (1704.–1752.)

Determinante

- prvi objavljeni rezultati o determinantama: 1730-ih Colin Maclaurin dokazao Cramerovo pravilo za 2×2- i 3×3-sustave, koje je 1750. poopćio Gabriel Cramer (1704.–1752.)
- Alexandre-Théophile Vandermonde (1735–1796) ih odvaja od jedine uloge vezane za rješavanje sustava
- Pierre-Simon Laplace je 1772. objavio poboljšanje starijih metoda računa *rezultanti*: Laplaceov razvoj

Determinante

- prvi objavljeni rezultati o determinantama: 1730-ih Colin Maclaurin dokazao Cramerovo pravilo za 2×2- i 3×3-sustave, koje je 1750. poopćio Gabriel Cramer (1704.–1752.)
- Alexandre-Théophile Vandermonde (1735–1796) ih odvaja od jedine uloge vezane za rješavanje sustava
- Pierre-Simon Laplace je 1772. objavio poboljšanje starijih metoda računa *rezultanti*: Laplaceov razvoj
- Joseph-Louis Lagrange (1736–1813) uočava njihovu primjenu u analitičkoj geometriji (volumeni)

Determinante

- prvi objavljeni rezultati o determinantama: 1730-ih Colin Maclaurin dokazao Cramerovo pravilo za 2×2- i 3×3-sustave, koje je 1750. poopćio Gabriel Cramer (1704.–1752.)
- Alexandre-Théophile Vandermonde (1735–1796) ih odvaja od jedine uloge vezane za rješavanje sustava
- Pierre-Simon Laplace je 1772. objavio poboljšanje starijih metoda računa *rezultanti*: Laplaceov razvoj
- Joseph-Louis Lagrange (1736–1813) uočava njihovu primjenu u analitičkoj geometriji (volumeni)
- naziv determinanta potječe od Augustin-Louis Cauchy (1789–1857): dokaz Binet-Cauchyjevog teorema (1812.)
- Carl Gustav Jacob Jacobi (1804.–1851.): 1841. prva algoritamska definiciju determinante, a iste godine je Arthur Cayley uveo ograničavanje determinanti vertikalnim crtama

Matrice

- Gauß u *Disquisitones Arithmeticae* (1801.) opisuje kvadratne forme $\sum_{i,j} a_{ij}x_i x_j$ i slaže njihove koeficijente u kvadratnu tablicu te koristi operacije koje bi danas bile množenje matrica i računjanje inverza
- Cauchy 1826. računa odgovarajuće svojstvene vrijednosti te u kontekstu kvadratnih formu dokazuje da se svaka realna simetrična matrica može dijagonalizirati
- apstraktni matrični račun postao je početak apstraktne algebre:
- 1858. Cayley daje apstraktnu definiciju matrica i operacija s matricama te 2×2- 3×3-slučaj Cayley-Hamiltonovog teorema
- Sir William Rowan Hamilton, je dokazao 4×4-slučaj, a opći Ferdinand Georg Frobenius (1849.–1917.)
- James Joseph Sylvester (1814.–1897.) je dokazao razne rezultate o matricama i uveo naziv matrica