

Astrofizički nuklearni procesi na konačnoj temperaturi

Ante Ravlić¹

Mentor: prof. dr. sc. Nils Paar¹

¹Fizički odsjek, Prirodoslovno-matematički fakultet, Sveučilište u Zagrebu

19. siječnja 2019.

U ovom radu izlažemo samokonzistentni model za opis procesa uhvata elektrona na jezgrama u unutrašnjosti zvijezde koja prethodi eksploziji supernove. Za izračun osnovnog stanja razmatranih jezgara koristimo se relativističkom teorijom srednjeg polja, a nuklearni prijelazi izmjene naboja su izračunati pomoću relativističke aproksimacije slučajne faze na konačnoj temperaturi. U radu su prikazani udarni presjeci uhvata elektrona na izotopima željeza, germanija i nikla koji su ključni u modeliranju evolucije zvijezde koja prethodi eksploziji supernove. Također, u radu su prikazane Gamow-Tellerove prijelazne snage za izotope ^{54,56}Fe, ^{76,78}Ge te izotope nikla iz kojih možemo vidjeti kako efekti konačne temperature dolaze do izražaja. Izračunate su i stope uhvata¹ za ^{54,56}Fe, ^{76,78}Ge i ^{62,64}Ni.

1 Uvod

Postoje dvije važne veličine koje određuju svojstva zvijezde pred eksploziju supernove: entropija sredice, te omjer broja elektrona i bariona Y_e [1]. Pred kraj svog životnog ciklusa, ukoliko je masa sredice zvijezde veća od Chandrasekharove mase M_{ch} tlak degeneriranog elektronskog plina se više ne može oduprijeti gravitaciji te dolazi do kolapsa sredice. Neposredno prije kolapsa sredice, reakcija uhvata elektrona, smanjuje broj protona te povećava broj neutrona, što smanjuje odbojnu kulonsku interakciju među protonima te dolazi do nastanka jako kompatnog objekta zvanog neutronska zvijezda. Procesu uhvata elektrona se suprotstavlja proces β -raspada koji napreduje u obrnutom smjeru. Također, otpušteni neutriini u ovoj fazi pretkolapsa odnose veliki dio energije i entropije iz sredice zvijezde. Za gustoće zvjezdane materije od $\sim 10^{11}$ g/cm³ te temperature između 300 i 800 keV uхват elektrona se uglavnom događa na jezgrama mase $A \sim 60$ [2]. Uхват elektrona ovisi o detaljima Gamow-Teller (GT) raspodjele prijelazne snage. Porastom temperature, počinje proces uhvata elektrona i na masivnijim jezgrama, te sami detalji reakcije ovise o ukupnoj GT jakosti i središnjoj energiji, kao što ćemo u daljnjem tekstu pokazati na primjerima. U daljnim poglavljima izlažemo teorijski model koji je korišten prilikom modeliranja reakcije uhvata elektrona. U sljedećem poglavlju je opisan formalizam relativističke teorije srednjeg polja (RMFT)² koja se bazira na izmjeni mezona čije konstante vezanja ovise o gustoći (DD-ME model)³, te ju koristimo za izračun osnovnog stanja jezgre majke. Prijelazne matrične elemente izmjene naboja računamo pomoću relativističke aproksimacije slučajne faze na konačnoj temperaturi (FTRRPA)⁴, a sam račun je samosuglasan, što znači da istu interakciju koristimo kod RMF i FTRRPA računa. U poglavlju 3 su izloženi rezultati za GT raspodjele za pojedine izotope, zatim u poglavljima 4 i 5 slijede rezultati za

udarne presjeka i stope uhvata.

2 Formalizam

Relativistička teorija srednjeg polja koristi se za opis osnovnog stanja jezgara. Pokazano je da daju dobre rezultate za konačne jezgre te svojstva nuklearne materije [3, 4, 5]. Radi se o efektivnoj teoriji polja koja se bazira na kvantnoj hadrodinamici (QHD)⁵. Nukleoni se opisuju kao točkaste čestice koje zadovoljavaju Diracovu jednadžbu te međusobno mogu izmjenjivati mezone koji su pak opisani Klein-Gordonovim jednadžbama. U ovom radu ćemo razmatrati potencijal koji je baziran na izmjeni mezona. Ukupni Lagrangian je tada dan s [4]

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_m + \mathcal{L}_{int}, \quad (1)$$

gdje sa \mathcal{L}_N označavamo gustoću Lagrangiana nukleona

$$\mathcal{L}_N = \bar{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi. \quad (2)$$

Sa m je označena "gola" masa nukleona, a ψ je Diracov spinor. Nadalje imamo

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_m = & \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{2} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \vec{R}_{\mu\nu} \vec{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (3)$$

gdje su $m_\sigma, m_\omega, m_\rho$ mase σ -, ω - i ρ - mezona, a tenzori polja su dani s

$$\Omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu, \quad (4)$$

$$\vec{R}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{\rho}_\nu - \partial_\nu \vec{\rho}_\mu, \quad (5)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (6)$$

$$(7)$$

¹capture rate (eng.)

²relativistic mean field theory (eng.)

³density-dependent meson-exchange (eng.)

⁴finite-temperature relativistic random phase approximation (eng.)

⁵quantum hydrodynamics (eng.)

Interakciju između mezona i nukleona opisujemo s

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & -g_\sigma \bar{\psi} \psi \sigma - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \omega_\mu \\ & - g_\rho \bar{\psi} \vec{\tau} \gamma^\mu \psi \vec{\rho}_\mu - e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu, \end{aligned} \quad (8)$$

gdje su $g_\sigma, g_\omega, g_\rho$ konstante vezanja mezona, a e "goli" naboj elektrona. Pokazuje se da nam je za konzistentan opis osnovnog stanja parno-parnih jezgara dovoljno promatrati minimalno vezanje s 3 vrste mezona: izoskalarni-skalarni σ mezon, izoskalarni-vektorski ω mezon, te izovektorski-vektorski ρ mezon. Sa strelicama iznad ćemo označavati izovektore, a sa podebljanim fontom vektore u običnom prostoru. Uvodimo izoskalarnu-skalarnu gustoću, izoskalarnu-vektorsku struju, izovektorsku-vektorsku struju, te elektromagnetsku struju na konačnoj temperaturi kao

$$\rho_s(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A f_i \bar{\psi}_i(\mathbf{r}) \psi_i(\mathbf{r}), \quad (9)$$

$$\mathbf{j}_\mu(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A f_i \bar{\psi}_i(\mathbf{r}) \gamma_\mu \psi_i(\mathbf{r}), \quad (10)$$

$$\vec{\mathbf{j}}_\mu = \sum_{i=1}^A f_i \bar{\psi}_i(\mathbf{r}) \vec{\tau} \gamma_\mu \psi_i(\mathbf{r}), \quad (11)$$

$$\mathbf{j}_{\rho\mu} = \sum_{i=1}^Z f_i \psi_i^\dagger(\mathbf{r}) \gamma_\mu \psi_i(\mathbf{r}). \quad (12)$$

$$(13)$$

Efekte konačne temperature smo uzeli u obzir sa Fermi-Diracovom raspodjelom

$$f_i = \frac{1}{1 + e^{(1/kT)(\epsilon_i - \mu)}}, \quad (14)$$

pri čemu je μ kemijski potencijal nukleona kojeg dobivamo iz uvjeta

$$\sum_i f_i = Z(N), \quad (15)$$

gdje je ovisno o nukleonu Z broj protona, a N broj neutrona. Sumacija se provodi po energetske stanjima pozitivne energije, dakle koristimo aproksimaciju u kojoj zanemarujemo utjecaj Diracovog mora⁶. No energetska stanja negativnih energija su uzeta u obzir naštimavanjem slobodnih parametara na eksperimentalne podatke. Ukupnu energiju dobijemo integracijom ukupne gustoće Hamiltonijana

$$E_{RMF}[\psi, \bar{\psi}, \sigma, \omega^\mu, \vec{\rho}^\mu, A^\mu] = \int d^3r \mathcal{H}(\mathbf{r}). \quad (16)$$

Ukupnu gustoću Hamiltonijana dobivamo Legendreovom transformacijom gustoće Lagrangiana [4]. Variranjem energijskog funkcionala (16) po $\bar{\psi}$ dobivamo jednadžbu gibanja za nukleone sa minimalnim vezanjem

$$\hat{h}_D \psi_i = \epsilon_i \psi_i, \quad (17)$$

gdje je Diracov Hamiltonijan

$$\hat{h}_D = \alpha(\mathbf{p} - \boldsymbol{\Sigma}) + \Sigma_0 + \beta(m + \Sigma_s), \quad (18)$$

a vlastite energije nukleona su definirane kao

$$\Sigma_\mu(\mathbf{r}) = g_\omega \omega_\mu(\mathbf{r}) + g_\rho \vec{\tau} \vec{\rho}_\mu(\mathbf{r}) + e A_\mu(\mathbf{r}) + \Sigma_\mu^R \quad (19)$$

$$\Sigma_s(\mathbf{r}) = g_\sigma \sigma(\mathbf{r}). \quad (20)$$

Budući da smo uzeli da konstante vezanja ovise o gustoći, imamo dodatni član

$$\Sigma_\mu^R = \frac{j_\mu}{\rho_\nu} \left(\frac{\partial g_\sigma}{\partial \rho_\nu} \rho_s \sigma + \frac{\partial g_\omega}{\partial \rho_\nu} j_\nu \omega^\nu + \frac{\partial g_\rho}{\partial \rho_\nu} \vec{j}_\nu \vec{\rho}^\nu \right). \quad (21)$$

Varijacijom funkcionala (16) po preostalim mezonskim poljima, te elektromagnetskom polju dobivamo skup Helmholtzovih jednadžbi

$$[-\Delta + m_\sigma^2] \sigma = -g_\sigma \rho_s, \quad (22)$$

$$[-\Delta + m_\omega^2] \omega^\mu = g_\omega j^\mu, \quad (23)$$

$$[-\Delta + m_\rho^2] \vec{\rho}^\mu = g_\rho \vec{j}^\mu, \quad (24)$$

te Poissonovu jednadžbu

$$-\Delta A^\mu = e j_\mu^p. \quad (25)$$

Dalje ćemo iskoristiti svojstva simetrija. Zbog sačuvanja struje samo 3. komponenta izovektorskog ρ -mezona doprinosi. U osnovnom stanju parno-parnih jezgara nema struja (invarijantnost na vremensku inverziju), te prostorne komponente mezonskih polja iščezavaju. Preostala polja ćemo radi jednostavnosti označavati s ρ i ω . Diracova jednadžba sada glasi [4]

$$\{-i\alpha \nabla + \beta M^*(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})\} \psi_i = \epsilon_i \psi_i, \quad (26)$$

gdje je vektorski potencijal

$$V(\mathbf{r}) = g_\omega \omega + g_\rho \tau_3 \rho + e A_0 + \Sigma_0^R, \quad (27)$$

te $M^*(\mathbf{r}) = m + g_\sigma \sigma$. Dodatni član zbog ovisnosti o gustoći konstanti vezanja sada glasi

$$\Sigma_0^R = \frac{\partial g_\sigma}{\partial \rho_\nu} \rho_s \sigma + \frac{\partial g_\omega}{\partial \rho_\nu} \rho_\nu \omega + \frac{\partial g_\rho}{\partial \rho_\nu} \rho_{\nu\mu} \rho, \quad (28)$$

pri čemu je $\rho_{\nu\mu}$ izovektorska gustoća. Ovisnost vezanja o gustoći se parametrizira na fenomenološki način. Vezanje σ - i ω -mezona na nukleonska polja glasi

$$g_i(\rho) = g_i(\rho_{sat}) f_i(x) \quad , i = \sigma, \omega, \quad (29)$$

gdje

$$f_i(x) = a_i \frac{1 + b_i(x + d_i)^2}{1 + c_i(x + d_i)^2}, \quad (30)$$

je funkcija $x = \rho/\rho_{sat}$, a ρ_{sat} je gustoća bariona pri zasićenju simetrične nuklearne materije. Za ρ -mezone vezanje parametriziramo u obliku

$$g_\rho = g_\rho(\rho_{sat}) e^{-a_\rho(x-1)}. \quad (31)$$

Parametri se naštimavaju tako da reproduciraju svojstva simetrične i asimetrične nuklearne materije, energije vezanja, radijuse naboja i neutrona sferičnih jezgara. Energijski funkcional koji koristimo u kodu je DD-ME2 [4, 6]. U nastavku ćemo zanemariti interakciju sparivanja nukleona, što možemo opravdati činjenicom da temperature promatramo na MeV-skoj skali, te izvod ograničiti na sferno-simetrični slučaj. U slučaju sferne simetrije koordinate možemo parametrizirati s

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad (32)$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi, \quad (33)$$

$$z = r \cos \theta \quad (34)$$

⁶no-sea approximation (eng.)

te imamo problem gibanja Diracove čestice u centralnom potencijalu. Valna funkcija je označena s angularnim momentom j_i , projekcijom m_i , paritetom π_i , te projekcijom izospina $t_i = \pm 1/2$ za neutrone odnosno protone. Imamo

$$\psi_i(\mathbf{r}, s, t) = \begin{pmatrix} f_i(r)\Phi_{l_i j_i m_i}(\theta, \phi, s) \\ i g_i(r)\Phi_{\tilde{l}_i j_i m_i}(\theta, \phi, s) \end{pmatrix} \chi_{t_i}(t). \quad (35)$$

Orbitalne angularne momente koji odgovaraju velikim (l_i) i malim (\tilde{l}_i) komponentama spinora određujemo kao [3]

$$l = j + \frac{1}{2}, \quad \tilde{l} = j - \frac{1}{2} \quad \text{za } \pi = (-)^{j+1/2}, \quad (36)$$

$$l = j - \frac{1}{2}, \quad \tilde{l} = j + \frac{1}{2} \quad \text{za } \pi = (-)^{j-1/2}. \quad (37)$$

χ_{t_i} je izospinska valna funkcija, a $\Phi_{l_j m}$ 2D spinor s

$$\Phi_{l_j m}(\theta, \phi, s) = [\chi_{1/2}(s) \otimes Y_l(\theta, \phi)]_{j m}, \quad (38)$$

koji predstavlja vezanje spina i angularnog momenta. Jednadžbe gibanja za Diracove spinore glase [3, 4]

$$(M^*(r) + V(r))f_i(r) + \left(\partial_r - \frac{\kappa_i - 1}{r}\right)g_i(r) = \epsilon_i f_i(r), \quad (39)$$

$$-\left(\partial_r + \frac{\kappa_i + 1}{r}\right)f_i(r) - (M^*(r) - V(r))g_i(r) = \epsilon_i g_i(r), \quad (40)$$

gdje je $\kappa_i = \pm(j + 1/2)$, a $M^*(r)$ i $V(r)$ su definirani u (26). Komponente razvijamo po radijalnim funkcijama $R_{nl}(r, b_0)$ sferičnog harmoničkog oscilatora s frekvencijom $\hbar\omega_0$ i duljinom $b_0 = \sqrt{\hbar/m\omega_0}$

$$f_i(r) = \sum_{n=0}^{n_{max}} f_n^{(i)} R_{nl_i}(r, b_0), \quad (41)$$

$$g_i(r) = \sum_{\tilde{n}=0}^{\tilde{n}_{max}} g_{\tilde{n}}^{(i)} R_{\tilde{n}\tilde{l}_i}(r, b_0). \quad (42)$$

Radijalne oscilatorske funkcije definirane su u [4]. Gornje granice n_{max} i \tilde{n}_{max} iz (41) su određene glavnim kvantnim brojevima ljusaka $N_{max} = 2n_{max} + l_{max}$ i $\tilde{N}_{max} = 2\tilde{n}_{max} + \tilde{l}_{max}$. Male komponente razvijamo do $\tilde{N}_{max} = N_{max} + 1$ kako bismo izbjegli spuriozne doprinose [3]. Umetanjem ansatza (41) u sustav (39) te korištenjem ortogonalnosti funkcija R_{nl} dolazimo do problema dijagonalizacije realne simetrične matrice

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_{n,n'} & \mathcal{B}_{n,\tilde{n}'} \\ \mathcal{B}_{\tilde{n},n'} & \mathcal{C}_{\tilde{n},\tilde{n}'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{n'}^{(i)} \\ g_{\tilde{n}'}^{(i)} \end{pmatrix} = \epsilon_i \begin{pmatrix} f_n^{(i)} \\ g_{\tilde{n}}^{(i)} \end{pmatrix}, \quad (43)$$

dimenzije $n_{max} + \tilde{n}_{max}$. Za definiciju matričnih elemenata pogledati [3]. Sferno-simetrična Helmholtzova jednadžba za mezoniska polja $\phi = \sigma, \omega, \rho$ glasi

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + m_\phi^2\right)\phi(r) = s_\phi(r), \quad (44)$$

gdje su s_ϕ odgovarajuće gustoće. Rješenje također dobivamo razvojem po bazi harmoničkog oscilatora

$$\phi(r) = \sum_{n=0}^{n_B} \phi_n R_{n0}(r, b_0), \quad (45)$$

$$s_\phi(r) = \sum_{n=0}^{n_B} s_n^\phi R_{n0}(r, b_0), \quad (46)$$

a angularni moment nam je sada 0 za mezone. Parametar koji određuje gornju granicu sume je definiran s $N_B = 2n_B$. Umetanjem ansatza (45) u jednadžbu (44) dobivamo sustav linearnih nehomogenih jednadžbi

$$\sum_{n'=1}^{n_B} \mathcal{H}_{nn'} \phi_{n'} = s_n^\phi, \quad (47)$$

sa matricom [3, 4]

$$\mathcal{H}_{nn'} = \delta_{nn'}(-b_B^{-2}(2(n-1)+3/2) + m_\phi^2) + \delta_{nn'+1}b_B^{-2}\sqrt{n(n+1/2)} + \delta_{n'n+1}b_B^{-2}\sqrt{n'(n'+1/2)}, \quad (48)$$

koju rješavamo inverzijom. Uzeli smo da je $b_B = b_0/\sqrt{2}$. Poissonovu jednadžbu za EM polje (25) rješavamo metodom Greenovih funkcija [4]. Nakon što smo odredili jednočestična stanja i energije jezgre majke na konačnoj temperaturi, za izračun matričnih elemenata prijelaza se koristimo s FTRRPA. Relativistički RPA račun pretpostavlja korelacije u osnovnom stanju jezgre, te stanje $|\psi^J\rangle$ multipolariteta J možemo pisati kao superpoziciju čestica-šupljina⁷ stanja [7]

$$|\psi^J\rangle = \sum_{p,h} (X_{ph}^J a_p^\dagger a_h - Y_{ph}^J a_h^\dagger a_p) |0\rangle. \quad (49)$$

Stanje $|0\rangle$ je egzaktno Hartree osnovno stanje koje je produkt jednočestičnih stanja

$$|0\rangle = \prod_{i=1}^A a_i^\dagger |vac\rangle, \quad (50)$$

gdje je $|vac\rangle$ vakuumsko stanje s obzirom na jednočestična stanja, a_p^\dagger i a_h su operatori stvaranja i poništenja za pozitivno-energetska jednočestična stanja iznad i ispod Fermi površine, a X_{ph}^J i Y_{ph}^J odgovarajuće amplitude. Korištenjem ansatza (49) te lineariziranjem Diracove jednadžbe gibanja u centralnom potencijalu dolazimo do RPA problema svojstvenih vrijednosti [7]. U našem FTRRPA računu također moramo uključiti i efekte konačne temperature, odnosno da je raspodjela nukleona u jezgri dana Fermi-Diracovom distribucijom. Matrične elemente rezidualne interakcije dobivamo koristeći isti Lagrangian kao kod RMF računa (1) što znači da je račun samosuglasan. Proton-neutron FTRRPA jednadžbe se mogu zapisati u matričnom obliku [2]

$$\begin{pmatrix} A_{pn'p'n'}^J & B_{pn'p'n'}^J \\ -B_{pn'p'n'}^J & -A_{pn'p'n'}^J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{p'n'}^J \\ Y_{p'n'}^J \end{pmatrix} = \omega_p \begin{pmatrix} X_{pn}^J \\ Y_{pn}^J \end{pmatrix}, \quad (51)$$

gdje su A i B matrični elementi rezidualne interakcije [2]

$$A_{pn'p'n'}^J = (\epsilon_p - \epsilon_H)\delta_{pp'}\delta_{nn'} + V_{pn'np'}^J(\tilde{u}_p\tilde{v}_n\tilde{u}_{p'}\tilde{v}_{n'} + \tilde{v}_p\tilde{u}_n\tilde{v}_{p'}\tilde{u}_{n'})|f_{n'} - f_{p'}|, \quad (52)$$

$$B_{pn'p'n'}^J = V_{pn'np'}^J(\tilde{u}_p\tilde{v}_n\tilde{v}_{p'}\tilde{u}_{n'} + \tilde{v}_p\tilde{u}_n\tilde{u}_{p'}\tilde{v}_{n'})|f_{p'} - f_{n'}|. \quad (53)$$

Stanja p i n označavaju protone i neutrone. Matrica A sadrži dijagonalni dio $\epsilon_p - \epsilon_H$ koji predstavlja razliku između jednočestičnih energija čestica i šupljina. Za danu proton-neutron konfiguraciju, stanje koje ima veću vjerojatnost zauzeća je definirano kao šupljina. Članovi rezidualne interakcije $V_{pn'np'}^J$ su

⁷particle-hole (eng.)

vezani na angularni moment J konačnog stanja. Važno je napomenuti da u ovom računu ne razmatramo V_{pp} članove koji odgovaraju sparivanju. Lagrangian interakcije iz kojeg se izvode matricni elementi rezidualne interakcije je dan s [8]

$$\mathcal{L}_{\pi+\rho}^{int} = -g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \vec{\rho}_\mu \vec{\tau} \psi - \frac{f_\pi}{m_\pi} \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\mu \partial_\mu \vec{\pi} \vec{\tau} \psi, \quad (54)$$

gdje smo uključili doprinos piona koji iščezava na nivou RMF teorije. Faktori $f_{p(n)}$ označavaju vjerojatnosti zauzeća za protone i neutrone. Dani su Fermi-Dirac raspodjelom (14). Faktore \tilde{u} i \tilde{v} uvodimo kako bismo razlikovali GT^+ i GT^- kanale, odnosno [2]

$$\tilde{u}_p = 0, \tilde{v}_p = 1, \tilde{u}_n = 1, \tilde{v}_n = 0, \text{ kada } f_p > f_n, \quad (55)$$

$$\tilde{u}_p = 1, \tilde{v}_p = 0, \tilde{u}_n = 0, \tilde{v}_n = 1, \text{ kada } f_p < f_n. \quad (56)$$

FTRRPA jednadžbe rješavamo dijagonalizacijom, a rezultati su energije pobuđenja ω_ν , te amplitude X^J i Y^J . Uvjet normalizacije glasi

$$\sum_{pn} [(X_{pn}^J)^2 - (Y_{pn}^J)^2] (|f_n - f_p|) = 1. \quad (57)$$

Vjerojatnosti prijelaza za GT^\pm operatore računamo iz [2]

$$B_f^{T^-} = \left| \sum_{pn} (X_{pn}^J \tilde{u}_p \tilde{v}_n + Y_{pn}^J \tilde{v}_p \tilde{u}_n) \langle p || T^- || n \rangle (|f_n - f_p|) \right|^2, \quad (58)$$

$$B_f^{T^+} = \left| \sum_{pn} (X_{pn}^J \tilde{v}_p \tilde{u}_n + Y_{pn}^J \tilde{u}_p \tilde{v}_n) \langle p || T^+ || n \rangle (|f_n - f_p|) \right|^2, \quad (59)$$

gdje su Gamow-Teller operatori prijelaza $T^\pm = \sum \sigma \tau_\pm$. Uхват elektrona na jezgri možemo opisati s

$$e^- + \frac{A}{Z} X_N \rightarrow \frac{A}{Z-1} X_{N+1}^* + \nu_e. \quad (60)$$

Udarni presjek računamo krećući od Fermijevog zlatnog pravila za prijelaz iz početnog stanja $|i\rangle$ u konačno stanje $|f\rangle$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2\pi |\langle f | \hat{H}_W | i \rangle|^2 V \frac{E_\nu dE_\nu}{(2\pi)^3} \delta(W_f - W_i) / \frac{1}{V}, \quad (61)$$

gdje $V \frac{E_\nu dE_\nu}{(2\pi)^3}$ je broj stanja neutrina u intervalu $E_\nu \sim E_\nu + dE_\nu$, a tok elektrona je $1/V$, $\delta(W_f - W_i)$ osigurava sačuvanje energije. Izraz (61) usrednjimo po početnim i zbrojimo po konačnim stanjima spina, te nakon sređivanja izraza imamo

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} V^2 E_\nu^2 \frac{1}{2} \sum_{lept.spin.} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i, M_f} |\langle f | \hat{H}_W | i \rangle|^2. \quad (62)$$

Hamiltonijan slabe interakcije \hat{H}_W možemo prikazati preko [9]

$$H_W = -\frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x \mathcal{J}_\lambda(x) j_\lambda(x), \quad (63)$$

gdje je \mathcal{J}_λ nuklearna, a j_λ leptonska struja, a G konstanta vezanja. Odgovarajući leptonski matricni element izrazimo s $l_\mu e^{-iqx}$ te matricni element prijelaza glasi

$$\langle f | \hat{H}_W | i \rangle = -\frac{G}{\sqrt{2}} l_\mu \int dx e^{-iqx} \langle f | \mathcal{J}_\lambda(x) | i \rangle, \quad (64)$$

a $q = p_\nu - p_e$ je transfer impulsa. Nadalje iskoristimo razvoj eksponencijalne funkcije [9]

$$e^{iqx} = \sum_{J=0}^{\infty} [4\pi(2J+1)]^{1/2} i^J j_J(qx) Y_{J0}(\Omega_x), \quad (65)$$

$$e_{q\lambda} e^{iqx} = \sum_{J=0}^{\infty} [4\pi(2J+1)]^{1/2} i^J \nabla(j_J(qx) Y_{J0}(\Omega_x)), \quad \lambda = 0 \quad (66)$$

$$e_{q\lambda} e^{iqx} = -\sum_{J=0}^{\infty} [2\pi(2J+1)]^{1/2} i^J [\lambda j_J(qx) \mathcal{Y}_{JJ1}^\lambda + \frac{1}{\kappa} \nabla \times (j_J(qx) \mathcal{Y}_{JJ1}^\lambda)], \quad \lambda = \pm 1, \quad (67)$$

gdje je $\mathcal{Y}_{JJ1}^M = \sum_{M\lambda} \langle l m 1 \lambda | l 1 J M \rangle Y_{lm}(\theta, \phi) e_\lambda$. Sa $j_J(qx)$ smo označili sferične Besselove funkcije prve vrste. Definiramo multipolne operatore [9]

$$\hat{\mathcal{M}}_{JM}(\kappa) = \int d\mathbf{x} [j_J(\kappa x) Y_{JM}(\Omega_x)] \hat{\mathcal{J}}_0(\mathbf{x}) \quad (68)$$

$$\hat{\mathcal{L}}_{JM}(\kappa) = \frac{i}{\kappa} \int d\mathbf{x} [\nabla(j_J(\kappa x) Y_{JM}(\Omega_x))] \hat{\mathcal{J}}(\mathbf{x}) \quad (69)$$

$$\hat{\mathcal{T}}_{JM}^{el}(\kappa) = \frac{1}{\kappa} \int d\mathbf{x} [\nabla \times (j_J(\kappa x) \mathcal{Y}_{JJ1}^M)] \hat{\mathcal{J}}(\mathbf{x}) \quad (70)$$

$$\hat{\mathcal{T}}_{JM}^{mag}(\kappa) = \int d\mathbf{x} [j_J(\kappa x) \mathcal{Y}_{JJ1}^M] \hat{\mathcal{J}}(\mathbf{x}). \quad (71)$$

Radi se o ireducibilnim tenzorskim operatorima u nuklearnom Hilbertovom prostoru. Uvrštavajući razvoj (65), (66) i (67) u (64), te uvrštavanjem u izraz za udarni presjek (62) dobivamo [2, 9]

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & \frac{G^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi} \frac{F(Z, E_e)}{2J_i + 1} \left\{ \sum_{J \geq 1} \mathcal{W}(E_e, E_\nu) \right. \\ & \times \{ [1 - (\hat{\nu} \cdot \hat{q})(\boldsymbol{\beta} \cdot \hat{q})] [|\langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_{J}^{mag} | J_i \rangle|^2 \\ & + |\langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_{J}^{el} | J_i \rangle|^2] - 2\hat{q} \cdot (\hat{\nu} - \boldsymbol{\beta}) \\ & \times \text{Re} \langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_{J}^{mag} | J_i \rangle \langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_{J}^{el} | J_i \rangle^* \} \\ & + \sum_{J \geq 0} \mathcal{W}(E_e, E_\nu) \{ [1 - \hat{\nu} \cdot \boldsymbol{\beta} + 2(\hat{\nu} \cdot \hat{q})(\boldsymbol{\beta} \cdot \hat{q}) \\ & \times |\langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle|^2 + (1 + \hat{\nu} \cdot \boldsymbol{\beta}) |\langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle|^2 \\ & - 2\hat{q} \cdot (\hat{\nu} + \boldsymbol{\beta}) \text{Re} \langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle \langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle^* \} \}. \end{aligned} \quad (72)$$

Sa $q = \nu - k$ smo označili razliku između impulsa neutrina i elektrona, a $\hat{\nu}$ i \hat{q} su odgovarajući jedinični vektori. Nadalje $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{k}/E_e$. Energija nadolazećeg elektrona je E_e , a izlaznog neutrina E_ν . Fermijeva funkcija $F(Z, E_e)$ uzima u obzir distorziju elektronskih valnih funkcija zbog kulonskog potencijala jezgre, a definirana je u [10]. Član

$$\mathcal{W}(E_e, E_\nu) = \frac{E_\nu^2}{1 + E_e/M_T(1 - \hat{\nu} \cdot \boldsymbol{\beta})}, \quad (73)$$

uzima u obzir odboj jezgre, a M_T je masa jezgre mete. U našem računu ćemo uzeti više multipola prilikom izračuna udarnog presjeka. Stopu uhvata računamo kao [2]

$$\lambda_{ec} = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \int_{E_e^0}^{\infty} p_e E_e \sigma_{ec}(E_e) f(E_e, \mu_e, T) dE_e, \quad (74)$$

pri čemu je $E_e^0 = \max(|Q_{if}|, m_e c^2)$ minimalna energija elektrona koja dozvoljava proces uhvata, odnosno energija praga

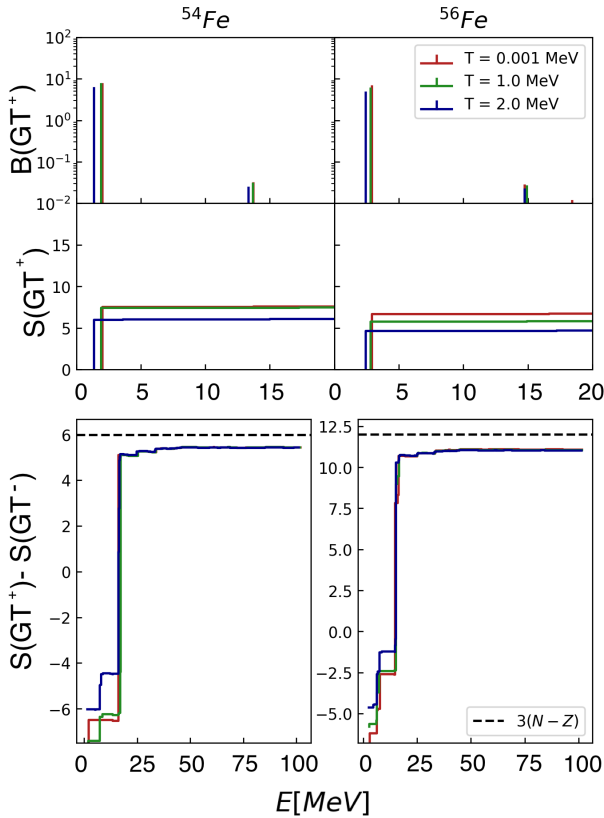
za elektrone, gdje $Q_{if} = -E_{RPA} - \Delta_{np}$. E_{RPA} je energija dobivena FTRRPA računom, a Δ_{np} je razlika između mase neutrona i protona. Impuls elektrona je $p_e = \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}$. Raspodjela elektrona je opisana Fermi-Diracovom raspodjelom (14) $f(E_e, \mu_e, T)$, gdje je T temperatura, a μ_e kemijski potencijal elektrona. Kemijski potencijal određujemo invertiranjem relacije [2]

$$\rho Y_e = \frac{1}{\pi^2 N_A} \left(\frac{m_e c}{\hbar} \right)^3 \int_0^\infty (f_e - f_{e^+}) p^2 dp, \quad (75)$$

gdje je ρ gustoća bariona, Y_e omjer broja elektrona i bariona, N_A je Avogadrova konstanta, a f_{e^+} je Fermi-Diracova raspodjela pozitrona (14), koja ima sličan oblik elektronskoj no $\mu_{e^+} = -\mu_e$.

3 Gamow-Teller prijelazi pri konačnoj temperaturi

U ovom poglavlju prikazat ćemo GT spektar za izotope $^{54,56}\text{Fe}$, $^{76,78}\text{Ge}$, te izotope nikla koji su relevantni u zvijezdama koje su u fazi koja prethodi eksploziji supernove. GT^+ raspodjela označava prijelaze kod kojih imamo $J^\pi = 1^+$. Spektar računamo pomoću FTRRPA računa koristeći izraz (59). Na slici (1) je prikazan GT spektar za izotope $^{54,56}\text{Fe}$.



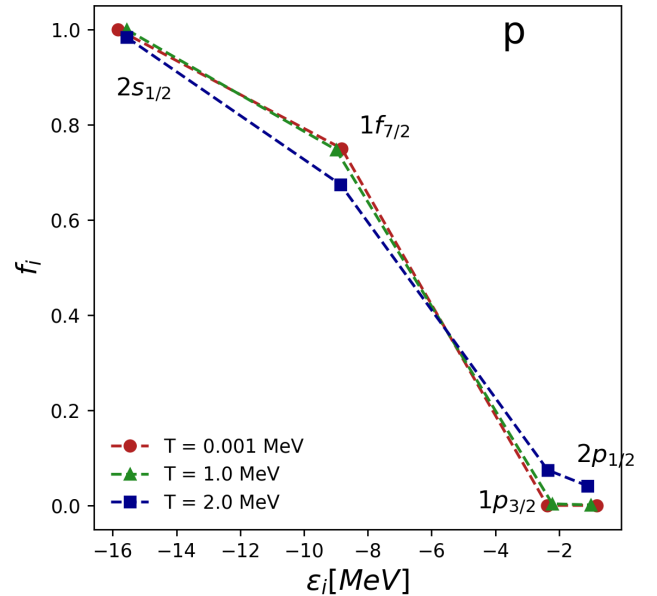
Slika 1: Gamow-Teller raspodjela prijelazne snage za izotope $^{54,56}\text{Fe}$ na različitim temperaturama. Prikazani su GT^+ spektar snaga, kumulativna suma po spektru stanja $S(\text{GT}^+)$ te razlika $S(\text{GT}^+) - S(\text{GT}^-)$ za koju provjeravamo Ikeda pravilo sume (označeno crnom iscrtkanom linijom). U GT^+ raspodjeli se jasno uočavaju dva vrha na $E_{RPA}=2.42$ MeV i 14.74 MeV koji odgovaraju prijelazima $\pi 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$, te $\pi 1f_{7/2} \rightarrow \nu 2f_{5/2}$ za ^{54}Fe . Energije su prikazane u odnosu na stanja jezgre majke.

⁸unblocking (eng.)

Spektre računamo za tri temperature $T = 0.001$ MeV, 1.0 MeV i 2.0 MeV. Kod izotopa željeza jasno uočavamo glavni vrh na $E_{RPA}=2.42$ MeV za ^{54}Fe koji odgovara prijelazu $\pi 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$. Pri prijelazu temperature sa 1 MeV na 2 MeV vrh se pomiče prema nižim energijama, što znači da će nam za niže energije upadnog elektrona dani proces biti omogućen, a to se odražava na udarne presjeke. Uočavamo još jedan manji vrh na $E_{RPA}=14.74$ MeV za ^{54}Fe , čiji je dominantni kanal $\pi 1f_{7/2} \rightarrow \nu 2f_{5/2}$. Na slici (1) je također prikazana kumulativna suma za GT^+ spektar. Na posljednjem panelu, prikazana je razlika $S(\text{GT}^+) - S(\text{GT}^-)$ koja nam služi za provjeru računa. Prema Ikeda pravilu sume treba vrijediti [11, 12]

$$S(\text{GT}^+) - S(\text{GT}^-) = 3(N - Z), \quad (76)$$

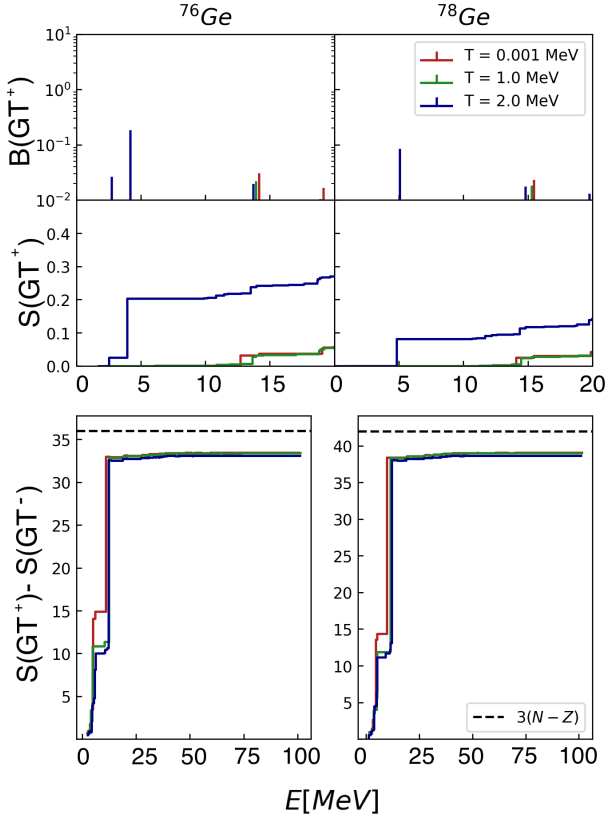
gdje je N broj neutrona, a Z broj protona jezgre. U slučaju izotopa željeza pravilo sume je zadovoljeno do na $\sim 91\%$ što je zadovoljavajuć rezultat. Preostali dio sume bi dobili uključivanjem antičestičnih stanja u RPA račun [8]. U slučaju izotopa željeza efekt konačne temperature se očituje u aktivaciji Gamow-Teller prijelaza pri nižim energijama. Taj efekt bolje možemo proučiti na slikama (2) i (4) koje pokazuju faktore zauzeća f_i za protone i neutrone. Vidimo kako u slučaju raspodjele protona dolazi do smanjivanja zauzeća stanja koja su prethodno bila popunjena. Taj efekt nazivamo deblokiranjem⁸ i omogućava nove prijelaze koji direktno doprinose udarnom presjeku. Na slici (1) vidimo kako se snaga GT^+ vrha na $E_{RPA}=2.42$ MeV smanjuje s porastom temperature što je direktna posljedica činjenice da porastom temperature, stanja koja prije nisu bila zauzeta sada imaju neke konačne faktore zauzeća. Nadalje na slici (3) prikazan je Gamow-Teller spektar za izotope $^{76,78}\text{Ge}$.



Slika 2: Faktori zauzeća f_i protona izotopa ^{56}Fe u odnosu na jednočestične energije ϵ_i . Jasno vidimo utjecaj temperature koji smanjuje zauzeće stanja $1f_{7/2}$ u korist stanja $2p_{1/2}$ i $1p_{3/2}$.

Na temperaturi $T = 2$ MeV, dominantni vrhovi za ^{76}Ge se nalaze na energijama $E_{RPA}=2.73$ MeV za $\pi 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$, te $E_{RPA}=4.17$ MeV za $\pi 1g_{9/2} \rightarrow \nu 1g_{7/2}$ na temperaturi $T = 2.0$ MeV. Zanimljivo je kako na nižim temperaturama ti vrhovi ne

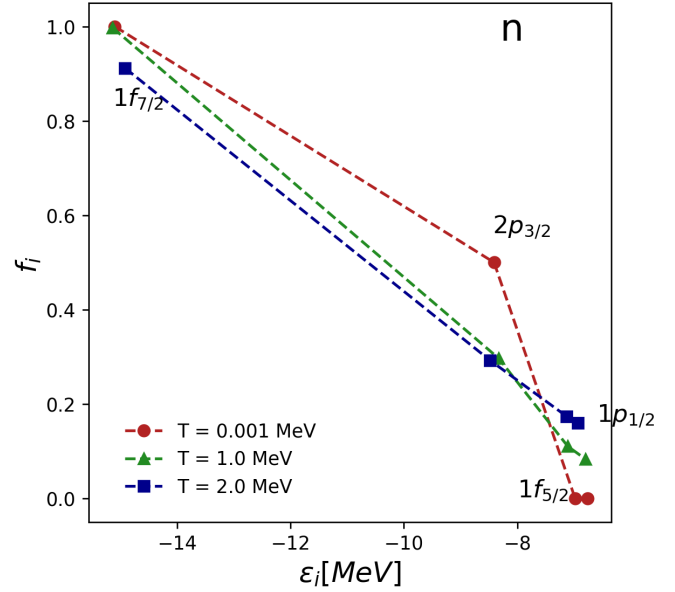
postoje. Postojanje ovih nivoa omogućeno je snižavanjem faktora zauzeća $1f_{5/2}$ neutronskog stanja, koje je prije uvođenja efekta konačne temperature u potpunosti zauzeto. Slično, na konačnoj temperaturi stanje $1g_{9/2}$ pokazuje neiščezavajući faktor zauzeća pa je prema tome GT prijelaz $\pi 1g_{9/2} \rightarrow \nu 1g_{7/2}$ omogućen. Dobiveni rezultati se slažu s rezultatima iz [11], gdje je opisan proces deblokiranja nivoa. Kod ^{78}Ge imamo samo doprinos $\pi 1g_{9/2} \rightarrow \nu 1g_{7/2}$ na $E_{RPA} = 5.08$ MeV. Na slici (3) vidimo da je Ikeda pravilo sume zadovoljeno do na $\sim 91\%$ što pokazuje konzistentnost računa.



Slika 3: Gamow-Teller raspodjela za izotope $^{76,78}\text{Ge}$ na različitim temperaturama. Prikazani su GT^+ spektar snaga, kumulativna suma po spektru stanja $S(GT^+)$ te razlika $S(GT^+) - S(GT^-)$ za koju provjeravamo Ikeda pravilo sume (označeno crnom iscrtkanom linijom). U GT^+ raspodjeli se jasno uočavaju dva vrha na $E_{RPA}=2.73$ MeV i 4.17 MeV kod ^{76}Ge koji odgovaraju prijelazima $\pi 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$, te $\pi 1g_{9/2} \rightarrow \nu 1g_{7/2}$. Za ^{78}Ge uočavamo jedan vrh na $E_{RPA}=5.08$ MeV. Energije su prikazane u odnosu na stanja jezgre majke.

Još jedan relevantan izotop kod reakcija uhvata elektrona kod zvijezda u fazi neposredno prije eksplozije supernove je nikel. Na slici (8) se nalazi GT^+ spektar izotopa nikla na različitim temperaturama zajedno sa kumulativnim sumama. Najdominantniji vrh je jasno uočljiv na nižim energijama za sve izotope i odgovara prijelazu $\pi 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$. Uočavamo nekoliko zanimljivih efekata konačne temperature. Kako broj neutrona u ljuskama raste tako se snaga vrha smanjuje. To odgovara popunjavanju neutronskog $1f_{5/2}$ nivoa čime taj kanal postaje manje dominantan u ukupnoj GT^+ snazi. Također, sve do ^{60}Ni , isti nivo imamo za najnižu temperaturu $T = 0.001$ MeV, koju efektivno možemo smatrati nulom za ove reakcije. Pri prijelazu na ^{62}Ni njegova snaga se u potpunosti gubi, što slijedi iz potpunog zauzeća neutronskog $1f_{5/2}$ nivoa na temperaturi 0. Za ^{60}Ni taj faktor je $f_i \sim 0.67$. Ikeda pravilo sume za izotope nikla je

zadovoljeno do na $\sim 92\%$.



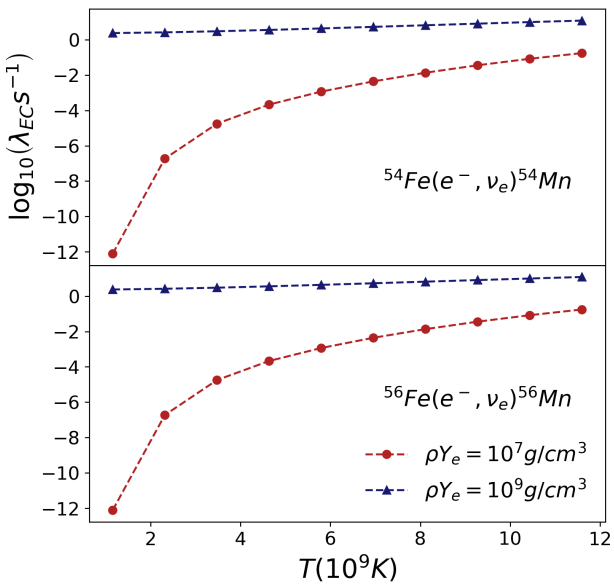
Slika 4: Faktori zauzeća f_i neutrona izotopa ^{56}Fe u odnosu na jednočestične energije ϵ_i . Zbog konačne temperature zauzeće stanja $1f_{7/2}$ i $2p_{3/2}$ se smanjuje u korist stanja $1f_{5/2}$ i $2p_{1/2}$.

4 Udarni presjeci za uхват elektrona

Udarne presjeka računamo pomoću formule (72) koristeći RMF+FTRRPA formalizam. Rezultate ćemo predstaviti za izotope nikla, željeza i germanija. U računu ćemo u obzir uzeti $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm, 2^\pm$ multipolaritete. Rezultati za izotope željeza se nalaze na slici (9a) za temperature $T = 0.5, 1.0, 1.5$ i 2.0 MeV. Raspon temperatura koji promatramo je iznad praga prijelaza iz superfluidnog u normalo stanje (~ 0.5 MeV), te ispod temperature gdje doprinosi Fermijevog plina nukleona postaju značajni (~ 2.5 MeV) [2]. Ono što jasno možemo vidjeti, a naročito za $^{54,56}\text{Fe}$, je kako prag reakcije postaje sve niži kada povećavamo temperaturu, što je prije svega odraz GT raspodjele snaga. Na slici (1) za GT^+ spektar, uočavamo kako se dominantni vrh spušta u energiji s povećanjem temperature, odnosno dani kanal reakcije postaje moguć i za niže energije upadnog elektrona. Udarnim presjekom većine izotopa dominira $J^\pi = 1^+$ Gamow-Teller prijelaz sve do energije elektrona $E_e = 30$ MeV. Za izotope s većim brojem neutrona, gdje Gamow-Teller prijelazi postaju potisnuti, do izražaja dolaze i ostali kanali. Na višim energijama elektrona udarni presjek je praktički neovisan o temperaturi. Na slici (9b) su prikazani udarni presjeci za prvih nekoliko multipolariteta. Ukupni udarni presjek se dobije zbrajanjem po svim multipolaritetima. Za izotope s brojem neutrona većim od ^{62}Fe , dolazi do naglog potisnuća 1^+ kanala. U tom slučaju, za jezgre bogatije neutronima, ostali zabranjeni prijelazi počinju imati dominantnu ulogu. Ovo ponašanje je u skladu s analizom Gamow-Teller prijelaza, budući da dolazi do popunjavanja neutronskog $1f_{5/2}$ stanja. Diskutirani slučaj se na slici (9a) također očituje, gdje za izotope iznad ^{62}Fe imamo značajniju ovisnost o temperaturi pri nižim energijama elektrona. Rezultati ovisnosti udarnog presjeka izotopa germanija o upadnoj energiji elektrona dani su na slici (10a). Povećanjem temperature zabranjeni prijelazi počinju biti značajni u ukupnom udarnom presjeku pa je potrebno uključiti i

više multipole iz izraza (72) u račun. Udarni presjeci za izotope germanija su otprilike za red veličine manji od udarnih presjeka za izotope željeza. Ponovno uočavamo efekt smanjivanja praga reakcije za povećanu temperaturu. Kod izotopa germanija značajna temperaturna ovisnost je uočljiva već od ^{72}Ge gdje povećanjem temperature dolazi do deblokiranja $1f_{5/2}$ neutronskog stanja kako je pokazano pri analizi Gamow-Teller prijelaza. Udarni presjeci se smanjuju u amplitudi sa povećanjem broja neutrona, što je ponovno jasno iz razmatranja GT^+ spektra prijelazne snage sa slike (3). Rezultati za izotope nikla prikazani su na slici (10b). Za izotope s većim brojem neutrona uočavamo smanjivanje udarnih presjeka za veći broj redova veličine što je u skladu sa GT^+ spektrom. Ovisnost o temperaturi je uočljiva tek pri nižim energijama elektrona za izotope iznad ^{66}Ni . Povećanjem broja neutrona, glavni vrh u GT^+ spektru na slici (8) postaje potisnut pa ostali prijelazi počinju dolaziti do izražaja koji pokazuju veću temperaturnu ovisnost, iako imaju znatno manju amplitudu.

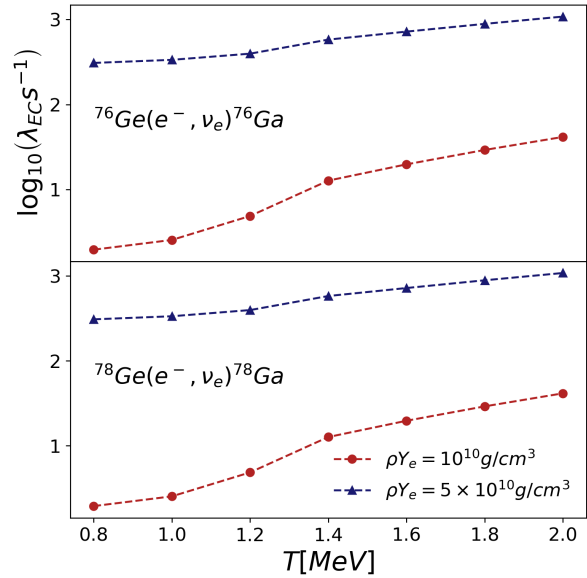
5 Stope uhvata za reakcije uhvata elektrona



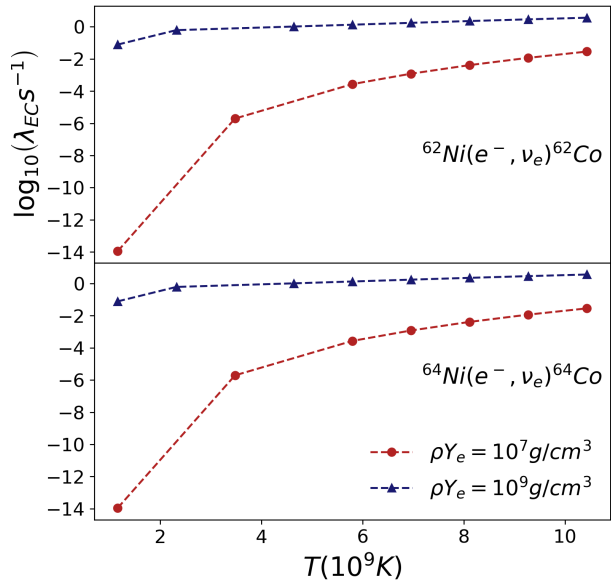
Slika 5: Ovisnost logaritma stopa uhvata o temperaturi T u 10^9 K za izotope $^{54,56}\text{Fe}$ na gustoćama $\rho Y_e = 10^7 \text{g/cm}^3$ i $\rho Y_e = 10^9 \text{g/cm}^3$. U izračun je uključen samo 1^+ GT prijelaz.

Stope uhvata računamo pomoću izraza (74) za izabrane gustoće koje su relevantne kod faze života zvijezde koja prethodi eksploziji supernove [2]. Kemijski potencijal elektrona za različite gustoće ρY_e računamo iz izraza (75). Stope uhvata su zapravo usrednjeni produkt toka čestica sa udarnim presjekom, i kao takve nam govore o frekvencijama reakcije. Stope uhvata za izotope $^{54,56}\text{Fe}$ na gustoćama $\rho Y_e = 10^7 \text{g/cm}^3$ i $\rho Y_e = 10^9 \text{g/cm}^3$ su prikazane na slici (5). Kod izračuna uhvata koristili smo samo 1^+ GT kanal, budući da dominira cijelim spektrom, kako je uočeno kod slike (1). Za gustoću $\rho Y_e = 10^7 \text{g/cm}^3$ stope uhvata pokazuju temperaturnu ovisnost, pri čemu su nešto veće po iznosu za ^{54}Fe nego ^{56}Fe , što je uočeno i kod udarnih presjeka. Na gustoći $\rho Y_e = 10^9 \text{g/cm}^3$ kemijski potencijal elek-

trona iznosi $\sim 5 \text{MeV}$, te je iznad praga reakcije. Uočavamo da su stope uhvata praktički neovisne o temperaturi. Sama fragmentacija GT^+ raspodjele ne igra važnu ulogu, već samo njezin vrh.



Slika 6: Ovisnost logaritma stopa uhvata o temperaturi T za izotope $^{76,78}\text{Ge}$ na gustoćama $\rho Y_e = 10^{10} \text{g/cm}^3$ i $\rho Y_e = 5 \times 10^{10} \text{g/cm}^3$. U izračun su uključeni $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm, 2^\pm$ multipolariteti.



Slika 7: Ovisnost logaritma stopa uhvata o temperaturi T za izotope $^{62,64}\text{Ni}$ na gustoćama $\rho Y_e = 10^7 \text{g/cm}^3$ i $\rho Y_e = 10^9 \text{g/cm}^3$. U izračun su uključeni $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm, 2^\pm$ multipolariteti.

Rezultati za stope uhvata na izotopima $^{76,78}\text{Ge}$ se nalaze na slici (6), za gustoće $\rho Y_e = 10^{10} \text{g/cm}^3$ i $\rho Y_e = 5 \times 10^{10} \text{g/cm}^3$. Budući da za izotope germanija i zabranjeni prijelazi postaju značajni, u izračun smo uključili $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm, 2^\pm$ multipolaritete. Na gustoći $\rho Y_e = 5 \times 10^{10} \text{g/cm}^3$ uočavamo porast stopa uhvata s temperaturom. Također, za oba izotopa uočavamo nagli skok pri temperaturama $\sim 1.4 \text{MeV}$ koji odgovara temperaturnom

deblokiranju neutronskeg $1f_{5/2}$ stanja. Vidimo kako efekti konačne temperature značajno utječu na stope uhvata. Stope za ^{78}Ge su nešto niže od stope za ^{76}Ge , što je posljedica smanjivanja amplitude GT vrha povećanjem broja neutrona. Za gustoće $\rho Y_e = 5 \times 10^{10} \text{ g/cm}^3$ stope uhvata su praktički neovisne o temperaturi. Kemijski potencijal elektrona je $\sim 11 \text{ MeV}$ te se nalazi iznad praga reakcije. Ponovno uočavamo da su stope nešto manje za ^{78}Ge .

Ovisnost stopa uhvata za izotope $^{62,64}\text{Ni}$ o temperaturi pri gustoćama $\rho Y_e = 10^7 \text{ g/cm}^3$ i $\rho Y_e = 10^9 \text{ g/cm}^3$ se nalaze na slici (7). Uočavamo slične trendove rasta kao za izotope željeza. Na gustoćama $\rho Y_e = 10^7 \text{ g/cm}^3$ uočavamo jaku temperaturnu ovisnost, te povećanjem broja neutrona stope su nešto niže sukladno analizi GT spektra nikla. Na gustoćama $\rho Y_e = 10^9 \text{ g/cm}^3$ stope uhvata pokazuju karakter neovisan o temperaturi. Pri tako velikim gustoćama kemijski potencijal elektrona iznosi $\sim 5 \text{ MeV}$ i nalazi se iznad praga reakcije. Ponovno uočavamo da su stope više za ^{62}Ni nego ^{64}Ni . Kod računa smo uključili $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm, 2^\pm$ multipolaritete.

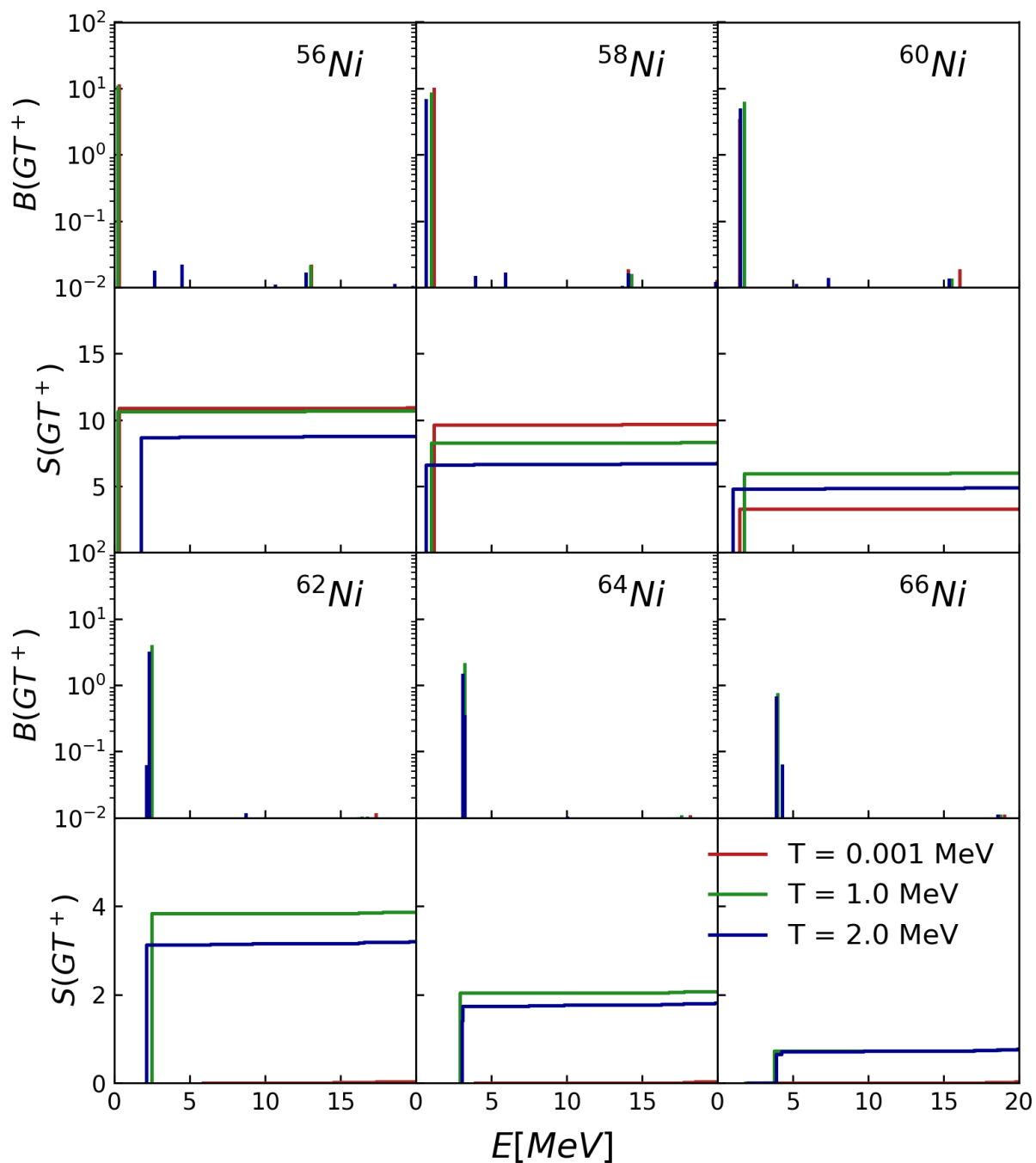
6 Zaključak

U ovom radu proučavali smo reakcije uhvata elektrona u uvjetima koji odgovaraju zvijezdama koje se nalaze u fazi razvoja koja prethodi eksploziji supernove koristeći RMF+FTRRPA formalizam na konačnoj temperaturi. Proučavali smo u hvate elektrona na izotopima željeza, germanija i nikla čija zastupljenost je značajna i igra važnu ulogu u navedenom okruženju u zvijezdama. RMF račun je korišten za izračun jednočestičnih svojstava na konačnoj temperaturi, dok smo matrične elemente prijelaza računali sa FTRRPA. Prvo smo analizirali spektre Gamow-Teller prijelaza gdje se uočava značajna temperaturna ovisnost. Kod izotopa $^{54,56}\text{Fe}$ dolazi do pomicanja GT vrha prema nižim energijama na višim temperaturama, kako je prikazano na slici (1). U daljnjim računima stopa uhvata za izotope željeza smo samo računali doprinose 1^+ multipola. Kod izotopa germanija $^{76,78}\text{Ge}$ uočavamo temperaturno deblokiranje neutronskeg stanja pri čemu Gamow-Teller prijelazi na višim temperaturama postaju mogući, što znatno mijenja GT spektar. U izračunu udarnih presjeka i stopa uhvata smo se ograničili na $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm, 2^\pm$ multipolaritete. Kod izotopa nikla

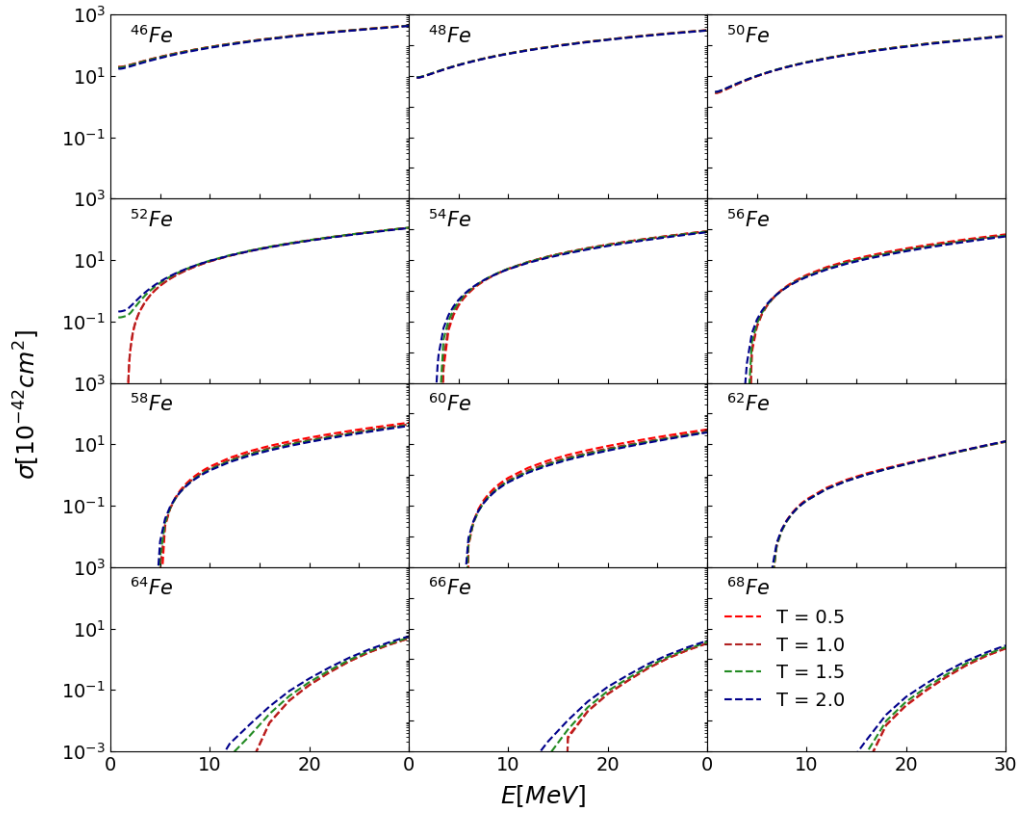
uočili smo nestajanje nekih GT vrhova povećanjem broja neutrona, što uočavamo na slici (8) kod ^{62}Ni na temperaturi $T = 0.001 \text{ MeV}$. Koristili smo skup $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm, 2^\pm$ multipolariteta za izračun udarnih presjeka i stopa uhvata elektrona na izotopima nikla. Izračunali smo udarne presjeke za niz izotopa željeza, germanija i nikla koji su dani redom na slikama (9a), (10a) i (10b). Uočena je značajna temperaturna ovisnost kod izotopa germanija pri nižim energijama elektrona sukladno deblokiranju GT prijelaza. Povećanjem broja neutrona uočen je opći trend opadanja ukupnih udarnih presjeka za sve elemente ponajviše zbog potiskivanja GT prijelaza. Na slikama (5), (6) i (7) su prikazani izračuni stopa uhvata za izotope željeza $^{54,56}\text{Fe}$, germanija $^{76,78}\text{Ge}$, te nikla $^{62,64}\text{Ni}$. Pri nižim gustoćama ρY_e stope uhvata pokazuju značajnu temperaturnu ovisnost, dok pri većim gustoćama temperaturna ovisnost se praktički gubi. Raspon odabranih gustoća i temperatura je relevantan kod u zvijezdama koje se nalaze u fazi neposredno prije eksplozije supernove, te bi se naši izračuni mogli koristiti pri opisu reakcija uhvata elektrona kod modeliranja supernova. Korišteni FTRRPA kod ne uključuje doprinose sparivanja nukleona, koji na nižim temperaturama pokazuju utjecaj [8]. Također efekti zasjenjenja zbog odbojnog kulonskog potencijala nisu uzeti u obzir [13]. Uključivanje ta dva efekta bi dovelo do boljih izračuna pri nižim temperaturama. Razmatrani raspon temperatura u ovom radu $T = 0.5 - 2.0 \text{ MeV}$, odgovara području iznad prijelaza iz superfluidnog u normalno stanje jezgara za koje FTRRPA daje dobar opis GT prijelaza [2]. Također, za opis temperatura iznad 2 MeV potrebno je u kod uključiti doprinose fermionskog plina nukleona. Naš račun je samosuglasan, gdje smo koristili DD-ME2 funkcional [6] prilikom RMF i FTRRPA izračuna. Konzistentnost računa je također provjerena Ikeda pravilom sume, gdje smo dobili slaganje za sve izračune do na $\sim 90\%$. Potpuno slaganje bismo dobili uključivanjem antičestičnih stanja [8]. Za razliku od nekih drugih modela FTRRPA ne reproducira potpunu fragmentaciju GT spektra, no položaj najviših vrhova je u dobrom slaganju sa eksperimentalnim podacima na temperaturi nula [2]. Gamow-Teller prijelazi su nam činili najznačajnije doprinose pri izračunu udarnih presjeka za odabrani raspon temperatura, čime zaključujemo da je FTRRPA račun odličan odabir za modeliranje reakcija u hvata elektrona u zvijezdama koje imaju potencijal završiti svoj život u eksploziji supernove.

Literatura

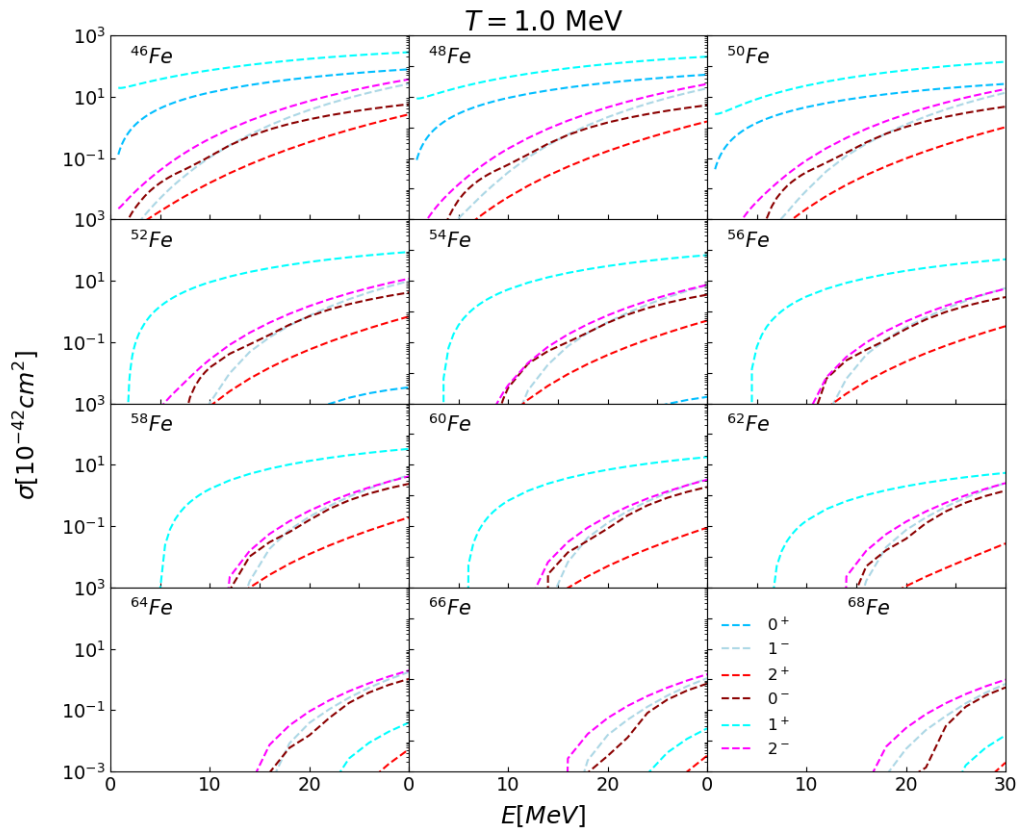
- [1] H. A. Bethe, G. E. Brown, J. Applegate, J. M. Lattimer, Nucl. Phys. A 324, 487 (1979).
- [2] Y. F. Niu, N. Paar, D. Vretenar, J. Meng, Phys. Rev. C 83, 045807 (2011).
- [3] Y. K. Gambhir, P. Ring, A. Thimet, Annals of Physics 198, 132-179 (1990).
- [4] T. Nikšić, N. Paar, D. Vretenar, P. Ring, Comp. Phys. Comm 185; 6, 1808-1821 (2014).
- [5] P. Ring, Prog. Part. Nucl. Phys. 37, 193-263 (1996).
- [6] T. Nikšić, D. Vretenar, P. Finelli, P. Ring, Phys. Rev. C 66, 024306 (2002).
- [7] P. G. Blunden, P. McCorquodale, Phys. Rev. C 38, 4 (1988).
- [8] N. Paar, T. Nikšić, D. Vretenar, P. Ring, Phys. Rev. C 69, 054303 (2004).
- [9] J. D. Walecka, Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics, Imperial College Press, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. (2004).
- [10] E. Kolbe, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, P. Vogel, J. Phys. G 29, 2569 (2003).
- [11] E. Langanke, E. Kolbe, D. J. Dean, Phys. Rev. C 62, 032801 (2000).
- [12] N. Paar, G. Colo, E. Khan, D. Vretenar, Phys. Rev. C, 80, 055801 (2009).
- [13] J. J. Liu, Q. H. Peng, L. H. Hao, X. P. Kang, D. M. Liu, Research in Astronomy and Astrophysics, 17, 10 (2017).



Slika 8: Gamow-Teller raspodjela za izotope nikla na različitim temperaturama. Prikazani su GT^+ spektar snaga i kumulativna suma po spektru stanja $S(GT^+)$. Ikeda pravilo sume je zadovoljeno do na $\sim 92\%$. U GT^+ raspodjeli se jasno uočava vrh na nižim energijama koji odgovara prijelazu $\pi 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$. Temperatura $T = 0.001$ MeV efektivno odgovara temperaturi 0. Uočavamo zanimljiv efekt pri kojem snaga prijelaza $\pi 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$ na temperaturi nula naglo iščezava za ^{62}Ni što se objašnjava popunjavanjem neutronskog $1f_{5/2}$ nivoa. Energije su prikazane u odnosu na stanja jezgre majke.

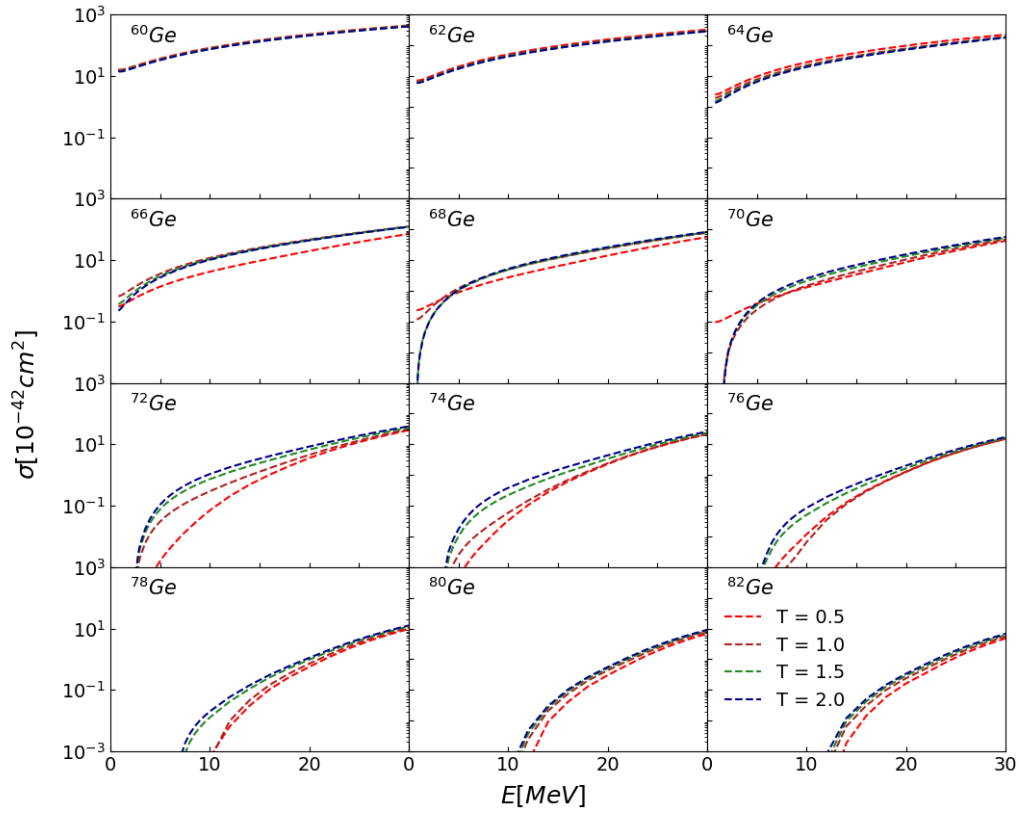


(a)

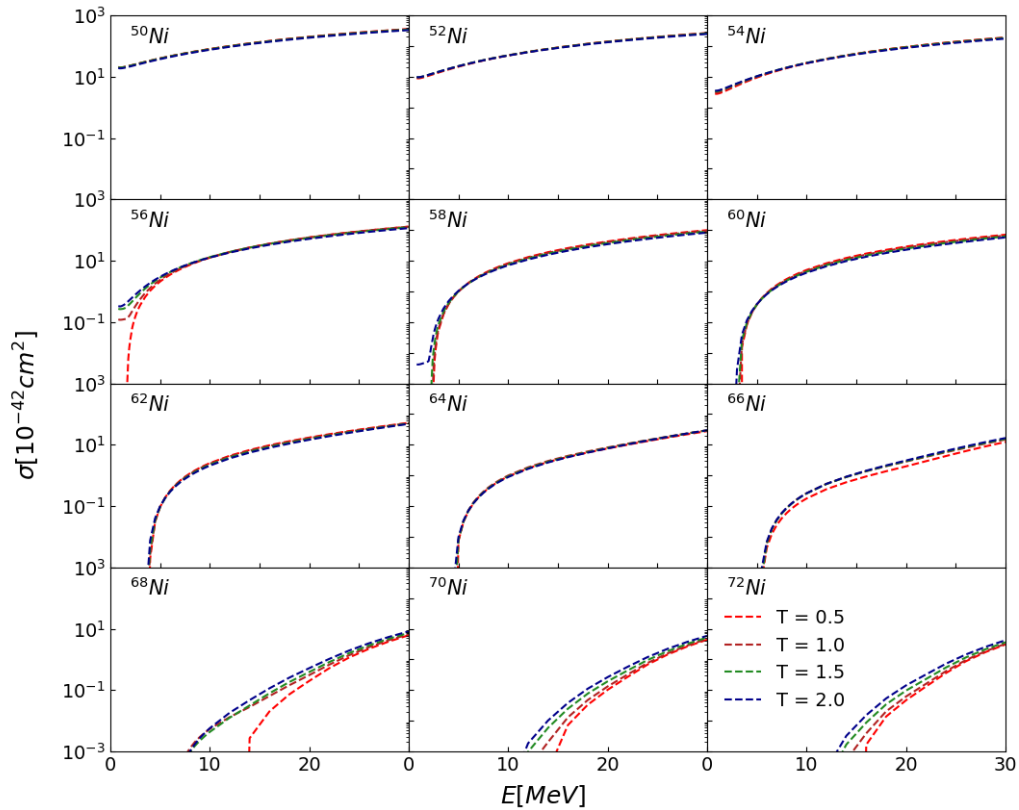


(b)

Slika 9: (a) Ovisnost udarnog presjeka σ o energiji upadnog elektrona E_e za izotope željeza sa sumiranim $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm, 2^\pm$ multipolaritetima za različite temperature. (b) Ovisnost udarnog presjeka σ o energiji upadnog elektrona E_e za izotope željeza pri čemu su prikazani doprinosi prvih pet multipolariteta pri temperaturi $T = 1.0$ MeV. Vidimo da GT 1^+ prijelaz dominira, dok su zabranjeni prijelazi potisnuti.



(a)



(b)

Slika 10: (a) Ovisnost udarnog presjeka σ o energiji upadnog elektrona E_e za izotope germanija sa sumiranim $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm, 2^\pm$ multipolaritetima za različite temperature. Vidimo kako pri nižim energijama upadnog elektrona udarni presjek značajno ovisi o temperaturi, pogotovo za izotope bogatije neutronima. (b) Ovisnost udarnog presjeka σ o energiji upadnog elektrona E_e za izotope nikla sa sumiranim $J^\pi = 0^\pm, 1^\pm, 2^\pm$ multipolaritetima za različite temperature. Tek iza ^{66}Ni udarni presjeci pokazuju značajniju ovisnost o temperaturi.