

Period-luminozitet relacije zvijezda Mira

Ivan Đukić*

*Prirodoslovno-Matematički fakultet,
Fizički odsjek,
Bijenička cesta 32, Zagreb*

Mentor: Lovro Palaversa
*Institut Ruđer Bošković,
Bijenička cesta 54, Zagreb
(Dated: 21. siječnja 2022.)*

Postojanje veze između perioda promjene sjaja i luminoziteta periodički pulsirajućih promjenjivih zvijezda poznata je više od 98 godina. U međuvremenu, period-luminozitet (PL) relacije postale su standardni izbor u određivanju galaktičkih i izvangalaktičkih udaljenosti. U ovom radu izlažemo podatke i metode kojima smo odredili PL relacije promjenjivih zvijezda tipa Mira unutar naše galaksije. Preciznije, odredili smo tri; koristeći magnitudu iz bliskog infracrvenog područja K_S te Wesenheit indekse W_{JK} i W_G . Također, opisujemo prednosti Mira, u odnosu na ostale zvijezde dugih perioda, kao zvijezda kojima želimo odrediti PL relacije. Naše istraživanje bilo je usmjereno na podatke iz ASAS-SN, 2MASS i Gaia EDR3 kataloga. Opisali smo njihov odabir i postupak pripreme. Iz ASAS-SN baze preuzeli smo fazne krivulje i vizualno ih provjerili, kako bismo uzeli u obzir samo najbolje kandidate. Također, zbog već poznate ovisnosti PL relacija o kemijskom sastavu zvijezda, ispitali smo isti i na našem uzorku. Konačna period-luminozitet relacija je u dobrom slaganju sa istraživanjima Mira unutar drugih galaksija, primarno Velikog i Malog Magellanovog oblaka (LMC i SMC). Iako svaki prije navedeni katalog sadrži veliki broj promjenjivih zvijezda, pronalazak onih koje će imati kvalitetne i pouzdane podatke (paralaksa, sjaj, period) unutar sva tri rezultirao je uzorkom od 21 zvijezde s povećanim udjelom kisikom i 2 zvijezde s povećanim udjelom ugljika. Zbog relativno malog broja zvijezda konačni rezultati imaju velike neodređenosti. Stoga, na kraju članka predlažemo moguće metode kojima bi se konačni rezultati mogli unaprijediti.

I. UVOD

I.i. Teorijska pozadina

Promjenjive zvijezde dugih perioda (eng. *Long-period variables*; skraćeno: LPV zvijezde) su crveni divovi i superdivovi čiji se periodi protežu od desetak dana pa sve do nekoliko godina. Prilično su svijetli i učestali u raznim zvjezdanim populacijama. Stoga, dobri su kandidati za standardne svijeće, odnosno određivanje udaljenosti u svemirskim okvirima. Najčešća njihova podjela je na zvijezde tipa "Mira" (Mire), kvaziperiodički promjenjive zvijezde (SRV zvijezde, od eng. *Semiregular variables*), zvijezde koje stohastički mijenjaju sjaj i OSARG-e (eng. OGLE Small Amplitude Red Giants). Mire imaju najpravilnije promjene sjaja, pa je njihova analiza jednostavnija. One posjeduju velike periode ($P > 100$ dana) i amplitude, koje su u vidljivom dijelu spektra veće od 2.5 mag. Iako je pitanje modova Mira još uvijek stvar znanstvene rasprave, smatra se kako one pulsiraju samo u osnovnom (radijalnom) modu. Stoga, lakše je obrađivati podatke Mira nego SRV zvijezda, koje istovremeno pulsiraju u više modova. Nadalje, evolucijska faza tijekom koje se zvijezda klasificira kao Mira je relativno kratka ($\approx 2 \cdot 10^5$ godina), a zvijezda tijekom te faze odbaci velike količine materije ($10^{-6} M_{\odot} \text{ god}^{-1}$ - $10^{-5} M_{\odot} \text{ god}^{-1}$). Iz tih karakteristika možemo zaključiti kako se nalaze

na vrhu grane asimptotskih divova. Kao takve dobre su standardne svijeće starih, i metalicitetom visokih, zvjezdanih populacija, obzirom da u takvim populacijama one predstavljaju najsjajnije zvijezde.

Glavna tema ovoga rada je određivanje period-luminozitet (PL) relacija zvijezda tipa Mira. Izabrali smo Mire zbog prije spomenutih prednosti i odsustva komplikacija povezanih sa postojanjem više modova titranja, odnosno više perioda. U svom najopćenitijem obliku, PL relacije su grafovi kojima se na x-osi nalazi logaritam perioda ($\log_{10}(P)$), a na y-osi apsolutna magnituda M definirana kao:

$$M = m + 5(\log_{10}(p) + 1) \quad (1)$$

, gdje je m opažena magnituda, a p paralaksa izražena u lučnim sekundama. Magnituda može biti iz vidljivoga dijela spektra, infracrvenog ili linearna kombinacija magnituda. Koju god veličinu izabrali, bitno je da se radi o intrinzičnom sjaju zvijezde promatrane sa jedinične udaljenosti. Također, postoje okolnosti u kojima poznavanje udaljenosti nije nužno. Promatramo li skup zvijezda, čije su međusobne udaljenosti puno manje od njihovih udaljenosti od promatrača, umjesto apsolutne magnitude može se koristiti opažena magnituda.

Nadalje, efekti ekstinkcije zbog postojanja međuzvjezdane tvari ili oblaka u okolini zvijezde, nastalih odbacivanjem od same zvijezde, mogu uzrokovati smanjenje opažene magnitude u određenom dijelu spektra. Tada opažena veličina više nije svojstvena samoj zvijezdi i kao takva neupotreblija je za izradu PL relacija. Srećom, spomenuti efekt može se izbjeći

* idjukic.phy@pmf.hr

upotrebom Wesenheit indeksa. Preciznije, Wesenheit indeks je linearna kombinacija opaženih magnituda iz različitih dijelova spektra. Obzirom da Wesenheit indeks ovisi o količini i svojstvima tvari duž doglednice, funkcija je nebeskih koordinata. S obzirom da se u slučaju Mira radi o zvijezdama čiji je maksimum zračenja u crvenom ili bliskom infracrvenom dijelu spektra (pa ne očekujemo tako jake efekte vezane uz Rayleighovo raspršenje kao npr. za jako vruće zvijezde), te s obzirom da ne postoje tako velike razlike u gustoći i sastavu tvari za zvijezde koje proučavamo, koristiti ćemo W_{JK} Wesenheit indeks određen za Veliki Magellanov oblaka iz Soszyński et al. (2007):

$$W_{JK} = K_S - 0.686 \cdot (J - K_S) \quad (2)$$

gdje su J i K_S infracrvene opažene magnitude iz 2MASS kataloga. Također, upotrijebiti ćemo i Wesenheit indeks W_G iz Trabucchi et al. (2021):

$$W_G = G_{RP} - 1.3 \cdot (G_{BP} - G_{RP}) \quad (3)$$

Ovdje su G_{RP} i G_{BP} magnitude dobivene integriranjem spektrofotometrije satelita Gaia u području od 330-680 nm i 640-1050 nm.

I.ii. Pregled ranijih istraživanja

Mira Ceti je prva opažena promjenjiva zvijezda koja nije bila posljedica supernove. Zbog svojih velikih amplituda Mire je lako prepoznati čak i u vizualnim opažanjima, pa su sve do početka 20. stoljeća, dominirale katalogima promjenjivih zvijezda. Prvi pokušaj izrade PL relacija LPV zvijezda bio je 1928. godine (Gerasimovic 1928). U ostatku stoljeća određene su PL relacije Mira i SRV zvijezda. Godine 1999. dogodio se veliki napredak u području PL relacija promjenjivih zvijezda. Otkriveno je pet različitih relacija (Wood et al. 1999), označenih slovima A-E, a svaka relacija bila je karakteristična određenom tipu zvijezda. Kasniji pregledi neba poput MACHO-a (eng. *Massive Compact Halo Objects PROJECT*), 2MASS-a (eng. *Two Micron All Sky Survey*) i OGLE-a (eng. *Optical Gravitational Lensing Experiment*), odnosno katalogi opisani u Alcock et al. (2000), Jayasinghe et al. (2018) i Udalski et al. (2015), iznjedrili su velike količine podataka pomoću kojih se prethodnih pet PL relacija podijelilo na dodatne strukture. Kvalitetan i sažet povijesni pregled razvitka PL relacija može se pronaći u uvodnim dijelovima Soszyński et al. (2007) i Soszyński et al. (2009).

Mnoga novija istraživanja bave se proučavanjem PL relacije LPV zvijezda unutar Magellanovih oblaka (Soszyński et al. 2007, Trabucchi et al. 2021, Soszyński et al. 2005). Naime, ove galaksije su dovoljno blizu kako bismo mogli razlučiti pojedinačne zvijezde, ali i dovoljno daleke pa su međusobne udaljenosti zvijezda relativno male u odnos na udaljenost od Sunca. U takvom slučaju imamo puno zvijezda s malom relativnom pogreškom

udaljenosti. Tada iz PL relacije možemo odrediti nagib pravca, ali ne apsolutnu skalu tj. odsječak na y-osi. S druge strane, zvijezde unutar naše galaksije proučavane su nešto manje, upravo zbog potrebe poznavanja udaljenosti. Napravljeni su određeni pomaci sa Hipparcos paralaksama (Bedding and Zijlstra 1998, Tabur et al. 2010), ali za zvijezde bliske Suncu. Stoga možemo reći kako je prirodni nastavak dosadašnjim radovima upotreba Gaia EDR3 (eng. *Early Data Release 3*) podataka, na što ćemo se koncentrirati u ovome radu

Struktura članka je sljedeća. U poglavlju II iznosimo tehničke karakteristike pregleda neba i teleskopa čije podatke smo koristili. Također, opisujemo proces pripreme podataka za obradu. U poglavlju III iznosimo metode obrade podataka. Preciznije, komentiramo fazne krivulje i podjelu zvijezda na one bogate kisikom i bogate ugljikom. Poglavlje IV rezervirano je za diskusiju konačnih rezultata i prijedloge unaprjeđenja istih. Na kraju, u poglavlju V dajemo zaključak cijelom radu.

II. PODACI

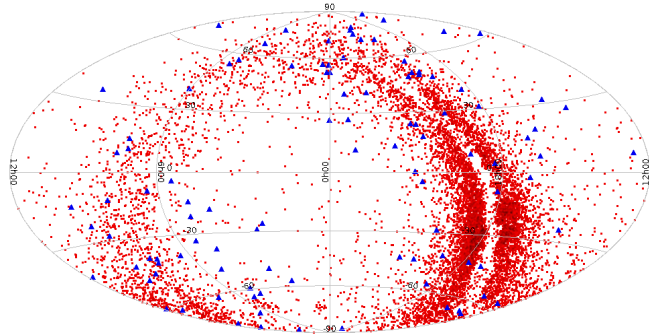
Određivanje PL relacija galaktičkih Mira zahtjeva prikupljanje podataka iz više pregleda neba i svemirskih misija. U konkretnom slučaju, koristili smo podatke ASAS-SN (eng. *All-Sky Automated Survey for Supernovae*) kataloga (Jayasinghe et al. 2018), 2MASS kataloga i misije Gaia (Gaia Collaboration et al. 2018, 2021).

ASAS-SN je pregled neba izrađen pomoću 24 teleskopa raspoređena na četiri lokacije. U pitanju su Hawaii, Čile, Južna Afrika i Texas. Glavni cilj mu je potražnja za supernovama. Ipak, ASAS-SN je tijekom svoga pregleda pronašao i mnoštvo drugi promjenjivih objekata sjajnijih od $V \approx 17$ mag. S druge strane, zasićenje detektora se postiže pri $\sim 10 - 11$ mag, čime je određen sjaj najsjajnijih objekata koje može opažati. Vidno polje pokriva 4.5 deg^2 neba, a veličina jednog piksela je $\sim 8''$. Detalji ASAS-SN pregleda mogu se pronaći u Jayasinghe et al. (2018). Nadalje, ASAS-SN ima 10329 zvijezda klasificiranih kao Mire. Nama zanimljive veličine su V magnitude u Johnson sustavu i period određen iz podataka koje je ASAS-SN prikupio. Također, kao što ćemo vidjeti u daljnjim razmatranjima, potrebne su nam i ASAS-SN krivulje sjaja (krivulje ovisnosti sjaja o vremenu).

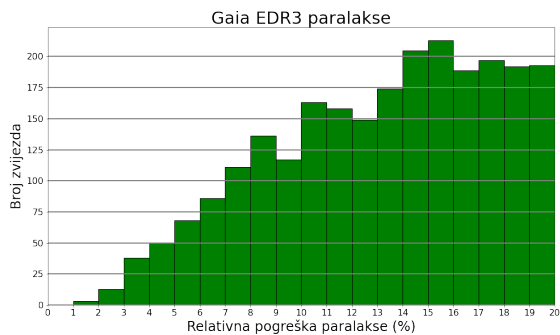
Kao i ASAS-SN, i 2MASS pregled prekriva cijelo nebo. Za razliku od prijašnjeg, 2MASS je pregledao nebo u infracrvenom području spektra. Preciznije, radi se o magnitudama J na $1.25 \mu\text{m}$, H na $1.65 \mu\text{m}$ i K_S na $2.16 \mu\text{m}$, gdje su u mikrometrima izražene središnje valne duljine u pojedinim filtrima. Sa svojim opažanjima završio je još 2001. godine i pokriva impresivnih 99.998 % neba. Sastoji se od dva 1.3 m teleskopa smještena u Arizoni i Čileu. Jedan detektor sastoji se od 256×256 piksela, a razlučivost jednoga piksela je $2'' \times 2''$. Tehnički detalji i metode obrade podataka nalaze se unutar Skrutskie et al. (2006).

Za razliku od prethodna dva pregleda, *Gaia* je teleskop

u orbiti. Glavna zadaća Gaia teleskopa je prikupljanje paralaksi, vlastitih gibanja i sjaja zvijezda. U pogonu je od 2013. godine, a trenutno najnoviji katalog je Gaia EDR3. Fotometrijska opažanja obavlja unutar tri filtra: G (330 - 1050 nm), plavog G_{BP} (330 - 680 nm) i crvenog G_{RP} (640 - 1050 nm). Uz Gaia EDR3 podatke (Gaia Collaboration et al. 2021) koristimo periode promjenjivih zvijezda iz Gaia DR2 kataloga (Gaia Collaboration et al. 2018).



Slika 1. Prikaz raspodjele zvijezda koje su klasificirane kao Mire unutar ASAS-SN kataloga (crvene točke). Plavim trokutima označene su samo one Mire kojima su relativne pogreške paralakse manje od 5% ($\sigma_\pi/\pi < 0.05$).



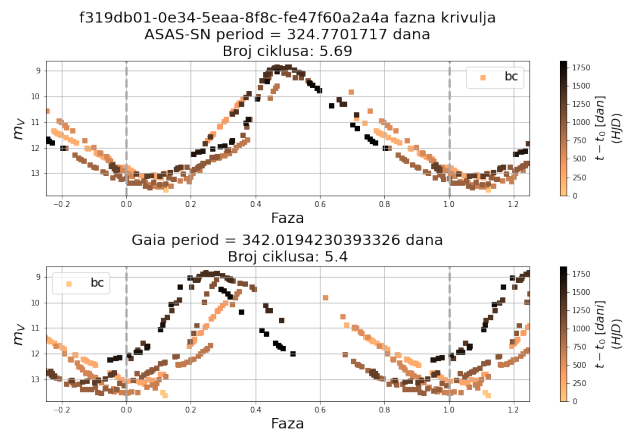
Slika 2. Histogram pokazuje broj Mira iz ASAS-SN kataloga čije su relativne pogreške paralakse unutar intervala od 1 posto. Treba primijetiti kako ne postoji puno Mira koje imaju precizne paralakse. Mi izabiremo $\sigma_\pi/\pi = 0.05$ kao graničnu vrijednost.

Priprema podataka

Osnovna baza podataka za naša razmatranja je ASAS-SN-ov katalog promjenjivih zvijezda. U njemu odabiremo samo zvijezde koje su klasificirane kao Mire. Takvih zvijezda ima 10329. Nakon spajanja ovih podataka sa Gaia EDR3 podacima i njihovim filtriranjem po relativnim pogreškama paralakse manjim od 5% ($\sigma_\pi/\pi < 0.05$), dobili smo 104 zvijezde. Na slici 1 nalazi se prikaz svih

ASAS-SN-ovih Mira u ekvatorijalnim koordinatama. Crvenim točkama označene su sve Mire, a plavim trokutima samo one koje zadovoljavaju uvjet na Gaia EDR3 paralakse $\sigma_\pi/\pi < 0.05$.

Konačan cilj nam je dobiti što precizniju PL relaciju, zato želimo što preciznije paralakse. Nažalost, postavljanje suviše strogog uvjeta na pogreške paralakse ostavlja nas sa premalim brojem zvijezda. Tada je donošenje bilo kakvih smislenih zaključaka nemoguće. Konkretno, za uvjete $\sigma_\pi/\pi < 0.01$ ili $\sigma_\pi/\pi < 0.02$, imamo 0 odnosno 3 zvijezde (slika 2). Granica od $\sigma_\pi/\pi = 0.05$ čini se kao dobar omjer broja zvijezda i njihove relativne pogreške paralakse. Ovaj uzorak je dobar napredak u odnosu na ranija istraživanja (Bedding and Zijlstra 1998, npr.), gdje je uvjet na relativnu pogrešku u paralaksi bio $\sigma_\pi/\pi < 0.2$.

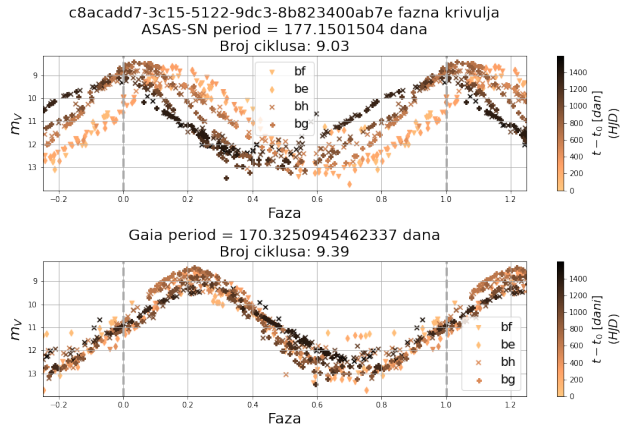


Slika 3. Primjer fazne krivulje zvijezde ASAS-SN id-a: f319db01-0e34-5eaa-8f8c-fe47f60a2a4a. Gornja fazna krivulja koristi ASAS-SN-ov period, a donja Gaia period. Ovo je primjer gdje ASAS-SN-ov period daje bolju krivulju. Oznaka *bc* predstavlja jednu od četiri ASAS-SN kamere sa Hawaiia. Skala boja predstavlja vremensku oznaku pojedinog opažanja zvijezde, u odnos na trenutak prvog opažanja. Na taj način možemo pratiti vremensku evoluciju sjaja unutar trajanja snimanja pojedine zvijezde.

III. METODE

III.i. Fazne krivulje

Fazne krivulje su krivulje ovisnosti sjaja periodički promjenjive zvijezde o njezinoj fazi. Često se koriste za određivanje tipova zvijezda i ispitivanje njihovih karakteristika. Fazne krivulje preuzete su, za svaku od 104 zvijezde, sa ASAS-SN službene stranice, a programski kod za crtanje istih napisali smo samostalno. Iako ASAS-SN katalog posjeduje vlastite periode (Jayasinghe et al. 2018), uzimamo dodatne podatke o periodima iz Gaia DR2 kataloga promjenjivih zvijezda (Mowlavi et al. 2018). Nažalost, u novijem Gaia EDR3 katalogu nisu



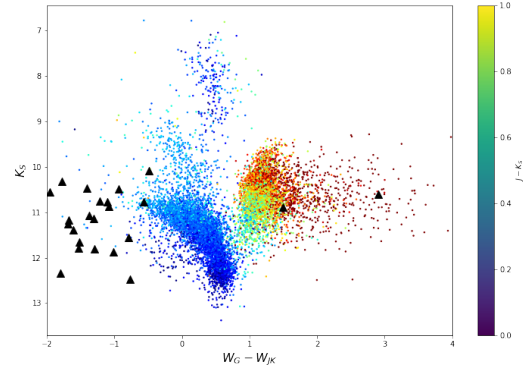
Slika 4. Primjer fazne krivulje zvijezde ASAS-SN id-a: c8acadd7-3c15-5122-9dc3-8b823400ab7e. Gornja fazna krivulja koristi ASAS-SN-ov period, a donja Gaia period. Ovo je primjer gdje Gaia period daje bolju krivulju, zahvaljujući točnijem periodu. Svaka oznaka *be-bh* predstavlja jednu od četiri kamere teleskopa iz Čilea. Skala boja predstavlja vremensku oznaku pojedinog opažanja zvijezde, u odnos na trenutak prvog opažanja.

objavljeni i noviji rezultati o periodima promjenjivih zvijezda. Nadalje, svaku od 104 fazne krivulje vizualno smo ispitali. Zadržali smo samo one koje su zadovoljile (vizualni) kriterij da im fazne krivulje izgledaju doista periodične i koherentne, te imaju velike amplitude. Kod tamnijih zvijezda primjetili smo instrumentalne efekte koji su posljedica granične magnitude sustava (tj. konačne osjetljivosti). Preciznije, opažanja tamnija od $V \approx 17$ mag. jako su odstupala od periodičnog ponašanja. Stoga smo te točke izbacili iz razmatranja.

Za svaku ASAS-SN Miru koja ima Gaia period, odnosno i u Gaia DR2 katalogu je klasificirana kao Mira/SRV, usporedili smo njezine fazne krivulje sa Gaia i ASAS-SN periodima. Izabrali smo onaj period koji je reproducirao bolju faznu krivulju. Na slikama 3 i 4 možemo vidjeti dva primjera faznih krivulja sa izabranim ASAS-SN periodom, odnosno Gaia periodom. Svaka kamera je označena drugačijim simbolom. Tako za jednu od četiri kamere na Hawaiiima koristimo oznake *ba-bd*, a za jednu od četiri kamere iz Čilea koristimo oznake *be-bh*. Na već spomenutim slikama 3 i 4 možemo uočiti osnovna obilježja Mira. Imaju veliku amplitudu u vidljivom dijelu spektra, veću od 2.5 mag. Periodi su im duži od 100 dana, a iz sinusoidalnog oblika fazne krivulje može se postulirati kako titraju u osnovnom modu.

III.ii. C-bogate i O-bogate zvijezde

Poznato je kako unutar PL relacija zvijezda Mira možemo razlikovati dodatne strukture. Riječ je o podjeli na Mire bogate ugljikom (C-bogate) i bogate kisikom (O-bogate). Unutar Velikog Magellanovog oblaka, ovu podjelu pokazali su Soszyński et al. (2007). U našem



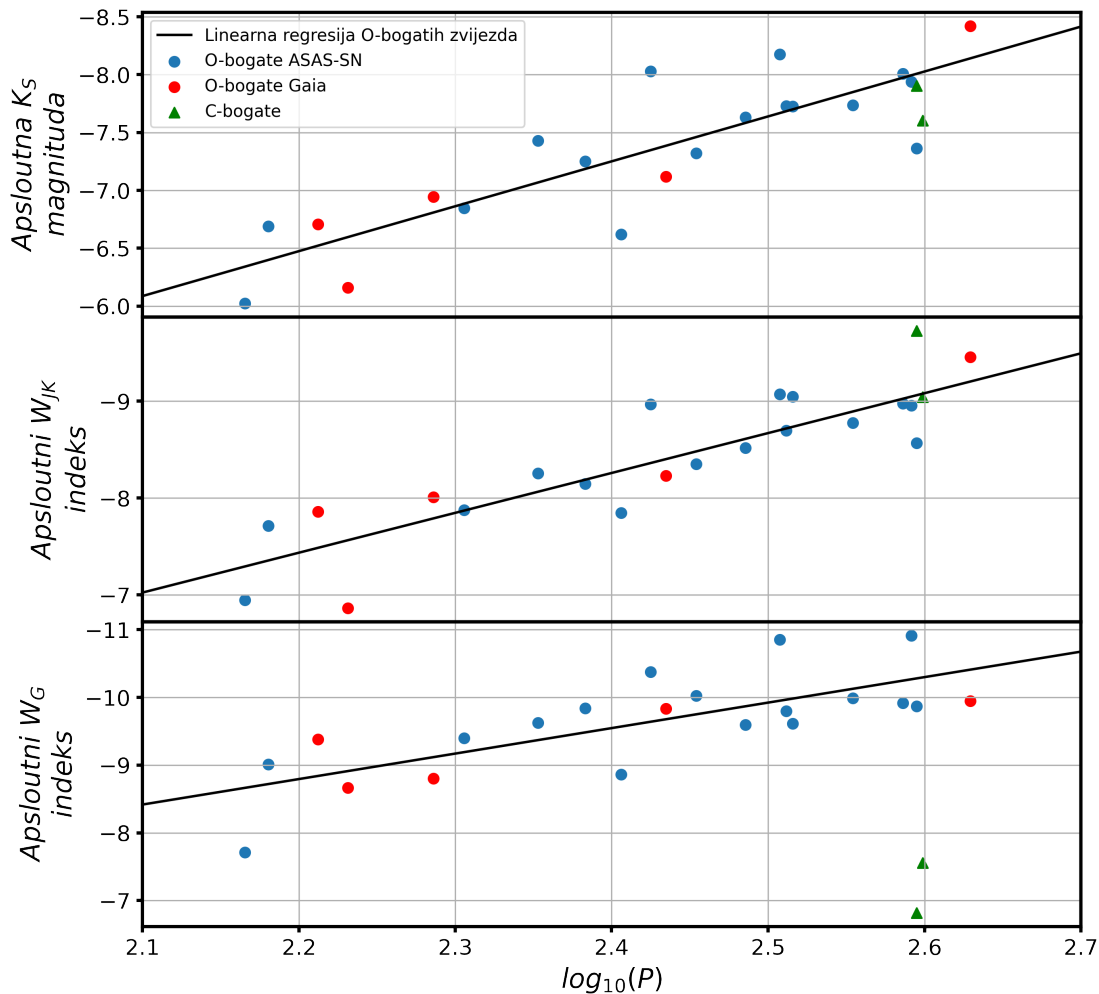
Slika 5. Slika predstavlja graf reproduciran iz Lebzelter et al. (2018). Na x-osi nalazi se $W_G - W_{JK}$, razlika Wesenheit indeksa, a na y-osi je K_S magnituda iz 2MASS kataloga. Crnim trokutima označene su galaktičke Mire koje zadovoljavaju sve dosada spomenute kriterije. Ostatak su LPV zvijezde iz LMC-a. Ako prihvatimo kriterije iz Lebzelter et al. (2018), imamo dvije C-bogate zvijezde (desno od $W_G - W_{JK} = 1$), a ostale su O-bogate. Skala boja predstavlja razliku infracrvenih magnituda iz 2MASS kataloga J i K_S .

slučaju, koristimo metodu iz Lebzelter et al. (2018), kako bi odredili koje su Mire C-bogate, a koje O-bogate. Riječ je o metodi kojom se iz pozicije zvijezde na dijagramu ovisnosti K_S o $W_G - W_{JK}$ mogu odrediti njezine kemijske karakteristike. Ovdje je K_S infracrvena magnituda iz 2MASS kataloga, a W_{JK} i W_G su Wesenheit indeksi definirani izrazom 2, odnosno izrazom 3. Prikaz takvog dijagrama nalazi se na slici 5. Crnim trokutima označene su 23 ASAS-SN Mire koje zadovoljavaju sve dosada navedene kriterije. Ostatak su LPV zvijezde iz LMC-a. Kod njih možemo primijetiti dvije glavne strukture. Plava skupina lijevo od $W_G - W_{JK} = 1$ i crveno-zelena skupina desno. Plave točke predstavljaju O-bogate zvijezde dok se C-bogate zvijezde nalaze desno od $W_G - W_{JK} = 1$. Možemo zaključiti kako u našem slučaju imamo samo dvije C-bogate zvijezde.

IV. DISKUSIJA

Konačni uzorak sastoji se od 23 zvijezde. On je rezultat ispitivanja faznih krivulja, nametanja uvjeta na pogreške u Gaia DR2 periodu manje od 10 %, i spajanja tih zvijezda sa 2MASS katalogom. Bitno je napomenuti kako je nametanjem uvjeta na Gaia DR2 periode, rezultiralo zadržavanjem samo onih zvijezda koje su klasificirane kao Mire u ASAS-SN katalogu i Gaia DR2 katalogu.

Konačne PL relacije mogu se vidjeti na slici 6. Preciznije, odredili smo tri PL relacije; unutar $\log_{10}(P)$ - K_S , $\log_{10}(P)$ - W_{JK} i $\log_{10}(P)$ - W_G ravnine. Plavim (crvenim) točkama označene su O-bogate Mire kojima je ASAS-SN (Gaia) period reproducirao bolje fazne krivulje. S druge strane, zelenim trokutima označili smo C-bogate Mire.



Slika 6. Graf prikazuje PL relacije 23 Mira zvijezde. Crvenim točkama označene su O-bogate Mire sa Gaia periodom, plavim točkama O-bogate mire sa ASAS-SN periodom, a zelenim trokutima 2 C-bogate Mire. Statistika je napravljena samo za O-bogate zvijezde, a rezultati se nalaze u tablici I. Za C-zvijezde nismo napravili obradu podataka jer je uzorak suviše mali. Bitno je primijetiti kako su se, u PL relaciji sa W_G na y-osi, dvije zvijezde odvojile. Radi se upravo o C-bogatim Mirama koje smo identificirali kao takve na slici 5. Zbog malog uzorka neodređenosti su velike, ali ipak u slaganju sa LMC Mirama iz Soszyński et al. (2007).

Račun pogreške proveli smo samo na O-bogatim Mirama. Pretpostavljeni oblik pravca, za K_S i W_{JK} relacije, je $a(\log_{10}(P) - 2.0) + b$, a za W_G relaciju $a \cdot \log_{10}(P) + b$. Konačni rezultati nalaze se u tablici I. Također, usporedili smo ih sa rezultatima iz Soszyński et al. (2007). Iako su njihova istraživanja napravljena za Mire u LMC-u, dobili smo konzistentne rezultate. Za razliku od njihovih, naši rezultati imaju velike neodređenosti, uglavnom kao posljedica maloga broja točaka i velikog rasapa zvijezda unutar PL relacija. Nadalje, napravili smo dodatnu PL

relaciju sa W_G magnitudom kao veličinom na y-osi. Za razliku od preostale dvije relacije, gdje su se C-bogate Mire našle unutar relacije O-bogatih, na W_G grafu došlo je do njihovog razdvajanja. Otprije je poznato kako kemijski sastav zvijezda utječe na PL relacije, ali ovim rezultatom dajemo mogućnosti za još boljim razlučivanjem između Mira bogatih kisikom i ugljikom. Naravno, kako se radi o samo dvije C-bogate zvijezde, teško je tvrditi bilo što sa velikom statističkom sigurnošću.

Iako rezultati izgledaju obećavajuće i u slaganju su

	Naši rezultati		Soszyński (2007.)	
	a	b	a	b - μ
K_S	-3.9 ± 0.5	-5.7 ± 0.2	-4.17 ± 0.08	-5.86 ± 0.04
W_{JK}	-4.1 ± 0.5	-6.6 ± 0.2	-4.34 ± 0.09	-6.61 ± 0.04
W_G	-3.8 ± 0.8	-0.5 ± 2	-	-

Tablica I. Tablica koeficijenata pravaca linearne regresije O-bogatih Mira unutar PL relacija. Rezultate smo usporedili sa onima iz Soszyński et al. (2007). S obzirom kako su njihove relacije određene za LMC Mire, od koeficijenta b oduzeli smo modul udaljenosti $\mu = 18.45$. Također, nisu odredili PL relaciju sa W_G indeksom, stoga se te informacije ne nalaze tablici.

sa ostalim istraživanjima, svjesni smo nedostataka istih. Stoga, postoji još puno prostora za napredak. Glavni zadaci budućih istraživanja trebali bi se fokusirati na povećanje uzorka zvijezda i smanjivanje neodređenosti konačnih rezultata. Jedna od mogućih metoda je korištenje modela krivulja sjaja zvijezda Mira i podataka iz 2MASS kataloga. Potrebno je riješiti pitanje u kojem dijelu fazne krivulje se nalazi opažanje, obzirom da Mire imaju velike amplitude, a 2MASS katalog daje samo jednu izmjerenu vrijednost. Ipak, takav model mogao bi smanjiti rasap točaka unutar PL relacije jer ono nastaje kao posljedica mjerenja sjaja u različitim točkama fazne krivulje.

V. ZAKLJUČAK

Glavna tema ovoga članka je određivanje PL relacija zvijezda Mira iz galaktičke okoline. Uz to smo raspravili i teorijsku pozadinu LPV zvijezda i ukratko opisali neka od najbitnijih istraživanja u ovome području astrofizike. Nadalje, opisali smo proces pripreme podataka iz ASAS-SN, 2MASS i Gaia kataloga. Raspravili smo problem između preciznosti rezultata i veličine uzorka. Na našem uzorku od 23 zvijezde proveli smo testiranje kemijskoga sastava (O- i C- bogate zvijezde).

Na kraju možemo izreći osnovni zaključak rada, čiju pouzdanost treba uzeti do na već spomenute nedostatke. Galaktičke Mire prate slične PL relacije kao i njihovi susjedi iz LMC-a. Također, predlažemo potencijalnu metodu razlikovanja C- i O-bogatih Mira na temelju W_G - $\log_{10}(P)$ grafa. Obzirom na jako mali broj C-bogatih zvijezda, istu je potrebno naknadno potvrditi.

VI. ZAHVALE

Zahvaljujem se mentoru Lovri Palaversi i kolegici Pauli Vulić na uloženom vremenu, pomoći i svim savjetima koji su učinili ovaj rad mogućim.

I. Soszyński, W. A. Dziembowski, A. Udalski, M. Kubiak, M. K. Szymański, G. Pietrzyński, L. Wyrzykowski, O. Szewczyk, and K. Ulaczyk, **57**, 201 (2007), 0710.2780.
M. Trabucchi, N. Mowlavi, and T. Lebzelter, **656**, A66 (2021), 2109.04293.
B. P. Gerasimovic, Proceedings of the National Academy of Science **14**, 963 (1928).
P. R. Wood, C. Alcock, R. A. Allsman, D. Alves, T. S. Axelrod, A. C. Becker, D. P. Bennett, K. H. Cook, A. J. Drake, K. C. Freeman, et al., in *Asymptotic Giant Branch Stars*, edited by T. Le Bertre, A. Lebre, and C. Waelkens (1999), vol. 191, p. 151.
C. Alcock, R. A. Allsman, D. R. Alves, T. S. Axelrod, A. C. Becker, D. P. Bennett, K. H. Cook, N. Dalal, A. J. Drake, K. C. Freeman, et al., *Astrophys. J.* **542**, 281 (2000), astro-ph/0001272.
T. Jayasinghe, C. S. Kochanek, K. Z. Stanek, B. J. Shappee, T. W. S. Holoiien, T. A. Thompson, J. L. Prieto, S. Dong, M. Pawlak, J. V. Shields, et al., **477**, 3145 (2018), 1803.01001.
A. Udalski, M. K. Szymański, and G. Szymański, **65**, 1 (2015), 1504.05966.
I. Soszyński, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, G. Pietrzyński, L. Wyrzykowski, O. Szewczyk, K. Ulaczyk, and R. Poleski, **59**, 239 (2009), 0910.1354.

I. Soszyński, A. Udalski, M. Kubiak, M. K. Szymański, G. Pietrzyński, K. Żebruń, O. Szewczyk, L. Wyrzykowski, and K. Ulaczyk, **55**, 331 (2005), astro-ph/0512578.
T. R. Bedding and A. A. Zijlstra, **506**, L47 (1998), astro-ph/9808173.
V. Tabur, T. R. Bedding, L. L. Kiss, T. Giles, A. Drekas, and T. T. Moon, **409**, 777 (2010), 1007.2974.
Gaia Collaboration, A. G. A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, J. H. J. de Bruijne, C. Babusiaux, C. A. L. Bailer-Jones, M. Biermann, D. W. Evans, L. Eyer, et al., **616**, A1 (2018), 1804.09365.
Gaia Collaboration, A. G. A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, J. H. J. de Bruijne, C. Babusiaux, M. Biermann, O. L. Creevey, D. W. Evans, L. Eyer, et al., **649**, A1 (2021), 2012.01533.
M. F. Skrutskie, R. M. Cutri, R. Stiening, M. D. Weinberg, S. Schneider, J. M. Carpenter, C. Beichman, R. Capps, T. Chester, J. Elias, et al., **131**, 1163 (2006).
N. Mowlavi, I. Lecoœur-Taïbi, T. Lebzelter, L. Rimoldini, D. Lorenz, M. Audard, J. De Ridder, L. Eyer, L. P. Guy, B. Holl, et al., **618**, A58 (2018), 1805.02035.
T. Lebzelter, N. Mowlavi, P. Marigo, G. Pastorelli, M. Trabucchi, P. R. Wood, and I. Lecoœur-Taïbi, **616**, L13 (2018), 1808.03659.
B. F. Madore, *Astrophys. J.* **253**, 575 (1982).
B. J. Shappee, J. L. Prieto, D. Grupe, C. S. Kochanek, K. Z. Stanek, G. De Rosa, S. Mathur, Y. Zu, B. M. Peterson, R. W. Pogge, et al., *Astrophys. J.* **788**, 48 (2014), 1310.2241.