Pojava difeomorfne invarijantnosti vremena u "toy" modelu svemira

Sven Hrastić

21. siječnja 2024

Sažetak

Konceptualne teškoće u formuliranju semiklasične i kvantne teorije gravitacije dolaze od zahtjeva da su koordinate difeomorfno invarijantne kao i u klasičnoj općoj relativnosti. Kako bih bolje objasnio te teškoće, u ovom radu proučavam klasu "toy" modela u kojima se difeomorfna invarijantnost isključivo vremena pojavljuje kao posljedica očuvanja energije. Pokušajem kvantiziranja tih modela s tim da čuvam difeomorfnu invarijantnost vremena, doći ću "toy" verzija problema vremena u kvantnoj gravitaciji, problema kozmološke konstante i problema očuvanja kvantnih informacija crne rupe. Svi ti problemi su lako rješivi ako uzmemo da se difeomorfna invarijantnost pojavljuje samo na klasičnom nivou, dok fundamentalna teorija nije difeomorfno invarijantna.

1 Uvod

Klasična opća relativnost [1, 2, 3] je najpoznatija po svojstvu difeomorfne invarijantnosti koordinata ili poznatijim riječnikom invarijantnost nad aktivnim općim koordinatnim transformacijam. Ova elegancija je jako korisna u klasičnom slučaju no postaje veliki problem u kvantnoj fizici, jer još uvijek ne znamo kako kvantizirati gravitaciju [4, 5, 6], to jest, kako uključiti difeomorfnu invarijantnost na kvantnom nivou. Problemi nisu samo u formuliranju teorije pune kvantne gravitacije, već i u formuliranju semiklasične aproksimacije [7, 8], gdje je samo materija kvantizirana dok se gravitacija tretira klasično. Problemi nisu samo tehničke, već i konceptualne prirode. Tri konceptualna problema koja se ističu su: problem vremena u kvantnoj gravitaciji [9, 10, 11, 12], problem kozmološke konstante [13, 14, 15, 16, 17] i informacijski paradoks crne rupe [18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32].

Moguće rješenje ovih konceptualnih problema je ideja da je difeomorfna invarijantnost u klasičnoj općoj relativnosti pojavna, a ne fundamentalna, dok temeljna fundamentalna kvantna teorija počiva na potpuno drugim principima. Ta ideja se može realizirati u teorijama inspiriranim čvrstim stanjem kao što su inducirana gravitacija i teorija struna. Naravno nema dovoljno eksperimentalnih dokaza da takva fundementalnija teorija postoji. Osim toga kandidati za tu teoriju kao što je teorija struna su još uvijek slabo shvaćeni u njihovim fundamentalnim pojmovima. Kao posljedica toga teško je izučavati ideju pojavne difeomorfne invarijantnosti na realističnim modelima, stoga u ovom radu proučavam "toy" modele slične modelima koji su se proučavali prije u kontekstu problema vremena u kvantnoj gravitaciji. U tim modelima je standardna 4-dimenzionalna difeomorfna invarijantnost opće relativnosti zamijenjena s 1-dimenzionalnom difeomorfnom invarijantnošću kao invarijantnost vremenske reprezentacije. Iako takvi modeli ne mogu riješiti probleme realističnih 4-D sustava s gravitacijom, nada je da takvi modeli mogu služiti kao inspiracija za nošenje s težim realističnim teorijama.

Ovaj rad je organiziran na sljedeći način. U drugom dijelu je uvedena klasa "toy" modela bez difeomorfne invarijantnosti i onda objasniti kako 1-D difeomorfna invarijantnost proizlazi iz očuvanja energije, točnije, na način da se uvede ograničenje da klasični sistem ima definiranu energiju. U trećem dijelu je objašnjeno kako 1-D difeomorfna invarijantnost vodi do "toy" verzije problema vremena u kvantnoj gravitaciji i kako se problem riješi ako pretpostavimo da difeomorfna invarijantnost nije fundamentalna. U četvrtom dijelu na sličan način se dođe do problema kozmološke konstante koji se isto tako razriješi ako difeomorfna invarijantnost nije fundamentalna. U petom dijelu je nađeno rješenje ograničenja koje na neki način liči na ponašanje vanjskog dijela crne rupe te onda slijedi objašnjenje kako pomoću difeomorfne invarijantnosti možemo to rješenje proširiti na unutrašnjost crne rupe, no onda se uoči da je unutrašnjost crne rupe nefizikalna jer difeomorfna invarijantnost nije fundamentalna. Nepostojanje unutrašnjosti se može razumijeti kao "toy" verzija problema "firewall" crne rupe, koji igra ključnu ulogu u nekim načinima rješavanja informacijskog paradoksa crne rupe. U šestom dijelu se spekulira kako bi se ovi "toy" modeli možda mogli generalizirati na 4-D difeomorfnu invarijantnost. Napokon u 7. dijelu je kvalitativna diskusija rezultata.

2 Model i pojavna difeomorfna invarijantnost

2.1 Model

U ovom radu proučavam 1D sistem s N dinamičkih stupnjeva slobode koji je opisan s varijablom $q(t) = \{q_1(t), ..., q_N(t)\}$ čija dinamika je opisana sljedećom akcijom

$$A = \int dt L(q, \dot{q}), \tag{1}$$

gdje točkica označava vremensku derivaciju te lagrandžijan glasi

$$L(q, \dot{q}) = \sum_{a=1}^{N} \frac{m_a \dot{q}_a^2}{2} - V(q). \tag{2}$$

Kanonski momenti su definirani kao

$$p_a = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_a} = m_a \dot{q}_a. \tag{3}$$

Hamiltonijan sustava glasi

$$H = \sum_{a=1}^{N} p_a \dot{q}_a - L = \sum_{a=1}^{N} \frac{p_a^2}{2m_a} + V(q) \tag{4}$$

te se može interpretirati kao energija sustava. Sustav se može tretirati klasično ili kvantno na jednostavan način. Kvantizacija se napravi pomoću kanonske kvantizacije i dinamika se može prikazati Schrödingerovom jednadžbom

$$H |\psi(t)\rangle = i\hbar \partial_t |\psi(t)\rangle, \tag{5}$$

gdje je H operator. Pošto akcija nema nikakvo prijašnje baždarenje ili difeomorfnu invarijantnost, kvantizacija je jednostavna.

2.2 Pojavna difeomorfna invarijantnost

Pošto hamiltonijan H nema nikakvu ovisnost o vremenu, on je očuvan. U klasičnoj fizici to znači da ima neku konstantnu vrijednost E energije pa možemo pisati $H(q, p) = E$ ili

$$\mathscr{H}(q, p) = 0, \tag{6}$$

gdje je

$$\mathscr{H}(q, p) \equiv H(q, p) - E. \tag{7}$$

U konfiguracijskom prostoru se činjenica da Hamiltonijan ima vrijednost E može napisati kao

$$\sum_{a=1}^{N} \frac{m_a \dot{q}_a^2}{2} + V(q) - E = 0. \tag{8}$$

Ako zamislimo da Lagrandžijan (2) opisuje cijeli svemir, onda je E energija tog svemira. Stanovnici tog svemira opažaju samo vrijednost E, ali teorija ne može reći koji. Za stanovnike svemira, E je fundamentalna konstanta čija vrijednost se može odrediti eksperimentom.
Pošto je E fundamentalna konstanta, prirodno je uvesti je u efektivnu akciju. Jedna od mogućnosti je uvesti uvjet (8) Lagrandževim multiplikatorom tako da dodamo $\lambda[\sum_{a=1}^{N} \frac{m_a \dot{q}_a^2}{2} + V(q) - E]$. No, postoji puno zanimljiviji način uvođenja uvjeta (8) u akciju. Umjesto uvođenja Lagrandževog multiplikatora λ, uvodim novu konfiguracijsku varijablu $g(t) > 0$ i mijenjam akciju (1) s

$$\tilde{A} = \int dt \sqrt{g} \left[\sum_{a=1}^{N} \frac{m_a \dot{q}_a^2}{2g} - V(q) + E \right]. \tag{9}$$

Ono što je lijepo kod ove akcije je da se Euler-Lagrandž jednadžba za $g(t)$ reducira na uvjet (8) kada je $g(t) = 1$ te ona glasi

$$-\frac{1}{2\sqrt{g}} \left[\sum_{a=1}^{N} \frac{m_a \dot{q}_a^2}{2g} + V(q) - E \right] = 0, \tag{10}$$

no zbog kojeg razloga se može uzeti $g = 1$? Odgovor je da akcija (9) ima svojstva difeomorfne invarijantnosti što znači da se za $g(t)$ može uzeti bilo koja pozitivna funkcija pa je $g(t) = 1$ zgodan izbor baždarenja. U akciji (9) g se pojavljuje u dva člana

$$dt\sqrt{g}, \qquad \frac{\dot{q}_a^2}{g} = \frac{dq_a^2}{gdt^2}. \tag{11}$$

g se pojavljuje samo u kombinacijama $\sqrt{g}dt$ ili gdt^2. To znači da je akcija invarijantna nad transformacijama koje čuvaju

$$d\tau^2 \equiv g(t)dt^2 \tag{12}$$

invarijantnim. $d\tau^2$ je analogno $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ u općoj relativnosti, stoga vidimo da g u (12) ima korespondenciju s g_{00} u općoj relativnosti. Isto tako $1/g$ korespondira s g^{00}. Isto kao što je opća relativnost invarijantna nad arbitrarnim 4-dimenzionalnim difeomorfizmima vrijeme prostora $x^\mu \to x\prime^\mu = f^\mu(x)$ koji čuvaju $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ invarijantnim. Isto tako je akcija (9) invarijantna nad arbitrarnim 1-dimenzionalnim difeomorfizmima vremena

$$t \to t' = f(t) \tag{13}$$

koji čuvaju (12) invarijantnim. Invarijantnost $gdt^2 = g\prime dt\prime^2$ implicira da se g transformira kao

$$g \to g' = \left(\frac{dt}{dt'}\right)^2 g. \tag{14}$$

Ova 1-dimenzionalna difeomorfna invarijantnost je u literaturi poznata kao *time-reparametrization invariance* [5, 12, 10]. Ono što smo dosad napravili je da smo počeli od akcije (1) te iz činjenice da energija ima konstantnu vrijednost E u klasičnoj mehanici smo dobili korespondirajuću akciju (9) s 1-dimenzionalnom difeomorfnom invarijantnošću. Na ovaj način se 1-dimenzionalna difeomorfna invarijantnost pojavila zbog očuvanja energije u klasičnoj fizici.

2.3 Ograničenje u kanonskoj formi

U ovom dijelu se razvija formalizam koji će se koristit kasnije. Akcija (9) se može napisat kao

$$\tilde{A} = \int dt\tilde{L}(q,\dot{q},g) = \int dt\sqrt{g}\mathscr{L}(q,\dot{q},g) \tag{15}$$

gdje je

$$\mathscr{L}(q,\dot{q},g) = \sum_{a=1}^{N} \frac{m_a\dot{q}_a^2}{2g} - V(q) + E,$$
$$\tilde{L}(q,\dot{q},g) = \sqrt{g}\mathscr{L}(q,\dot{q},g). \tag{16}$$

Korespondirajući kanonski momenti glase

$$\tilde{p}_a = \frac{\partial\tilde{L}}{\partial\dot{q}_a} = \frac{m_a\dot{q}_a}{\sqrt{g}}, \qquad p_g = \frac{\partial\tilde{L}}{\partial\dot{g}} = 0 \tag{17}$$

pa Hamiltonijan glasi

$$\tilde{H}(q,\tilde{p},g) = \sum_{a=1}^{N} \tilde{p}_a\dot{q}_a - \tilde{L} = \sqrt{g}\mathscr{H}(q,\tilde{p}), \tag{18}$$

gdje je

$$\mathscr{H}(q,\tilde{p}) = \sum_{a=1}^{N} \frac{\tilde{p}_a^2}{2m_a} + V(q) - E. \tag{19}$$

Kanonska jednadžba za p_g glasi

$$\dot{p}_g = -\frac{\partial\tilde{H}}{\partial g} = -\frac{1}{2\sqrt{g}}\mathscr{H}. \tag{20}$$

Iz jednadžbe (17) vidimo da je $p_g = 0$ što implicira $\dot{p}_g = 0$ pa je prema tome

$$-\frac{1}{2\sqrt{g}}\mathscr{H} = 0, \tag{21}$$

to je identično ograničenju (10). Također pošto je $g(t) > 0$ vrijedi

$$\mathscr{H}(q,\tilde{p}) = 0, \tag{22}$$

ili ekvivalentno

$$\tilde{H}(q,\tilde{p},g) = 0. \tag{23}$$

U baždarenju $g = 1$, ovo se reducira na ograničenje (6).

3 Problem vremena u kvantnoj gravitaciji

U ovom dijelu ću pokušati kvantizirati akciju s ugrađenom difeomorfnom invarijantnošću. Problem je kako uključiti ograničenje (22) u kvantnu teoriju. Najprirodniji način implementacije je da se uključi kao ograničenje na fizikalna stanja

$$\mathscr{H}(q,\tilde{p})|\psi(t)\rangle = 0, \tag{24}$$

gdje je $\mathscr{H}(q,\tilde{p})$ kvantni operator dobiven standardnom kanonskom kvantizacijom. Ograničenje isto implicira

$$\tilde{H}(q,\tilde{p},g)|\psi(t)\rangle = 0, \tag{25}$$

što je kvantna verzija (23). Problem se jasno vidi kada pogledamo vremenski ovisnu Schrödingerovu jednadžbu

$$\tilde{H}(q,\tilde{p},g)|\psi(t)\rangle = i\hbar\partial_t|\psi(t)\rangle, \tag{26}$$

što zajedno s (25) implicira

$$\partial_t|\psi(t)\rangle = 0, \tag{27}$$

što znači da kvantno stanje je konstanta u vremenu. Međutim to je u kontradikciji i sa stvarnim svijetom i s "toy" modelom opisanim u odjeljku 2.1 koji očito evoluira u vremenu. Pitanje je otkud dolazi ovisnost u vremenu ako je stanje $|\psi(t)\rangle$ konstantno u vremenu? Ovo je "toy" verzija problema vremena u kvantnoj gravitaciji [9, 10, 11, 12]. U kontekstu ovog modela je trivijalno razumjeti otkud dolazi problem. U općenitom slučaju kada kvantni sustav ima dobro definiranu energiju E, valna funkcija trivijalno evoluira u vremenu mijenjanjem faze kao $e^{-iEt/\hbar}$, što nema nikakvu posljedicu na mjerljive veličine. Da bi imali mjerljivu ovisnost o vremenu u kvantnoj mehanici, kvantno stanje ne smije imati dobro definiranu energiju tj. stanje mora biti u superpoziciji više različitih energija.

Što je zapravo krivo s relacijom (25)? Ovo kvantno ograničenje dolazi iz klasične akcije (9) u kojem je energija fiksirana. Također, difeomorfna invarijantnost se pojavila u akciji kao posljedica uvođenja klasične energije E u akciju. Nema ničeg pogrešnog u klasičnoj fizici, gdje je energija dobro definirana, no zahtjev da kvantni sustav isto tako ima dobro definiranu energiju je pogrešan, jer u općenitom slučaju ona nije dobro definirana. Drugim riječima nije korektno kvantizirati akciju (9). Ono što se treba kvantizirati je originalna akcija (1) što vodi na validnu Schrödingerovu jednadžbu (5) bez problema vremena. Pojavna difeomorfna invarijantnost jedino valja na klasičnom nivou, dok fundamentalna kvantna teorija nema tu invarijantnost.

4 Problem kozmološke konstante

Od N stupnjeva slobode pretpostavimo da je $N_{teški}$ broj "teških" stupnjeva slobode, a ostali $N_{laki} = N - N_{teški}$ su "laki" stupnjevi slobode. Poanta ove podjele je da pokušam tretirati sistem poluklasično. Teške stupnjeve slobode ću tretirati klasično a lake stupnjeve slobode ću kvantizirati. Radi jednostavnosti, pretpostavljam da se potencijal može napisati kao

$$V(q) = V_{teški}(q_{teški}) + V_{laki}(q_{laki}), \tag{28}$$

gdje su $q_{teški} = \{q_b|b = 1,...,N_{teški}\}$ teški stupnjevi slobode, a $q_{laki} = \{q_a|a = 1,...,N_{laki}\}$ laki stupnjevi slobode. Onda klasično ograničenje (10) mogu napisati kao

$$-\sum_{b=1}^{N_{teški}} \frac{m_b\dot{q}_b^2}{2g} - V_{teški}(q_{teški}) = \sum_{a=1}^{N_{laki}} \frac{m_a\dot{q}_a^2}{2g} + V_{laki}(q_{laki}) - E \tag{29}$$

ili sažeto

$$-\mathscr{H}_{teški} = \mathscr{H}_{laki} - E. \tag{30}$$

Ovo je klasična jednadžba, no kako sam rekao ideja je tretirati sustav poluklasično, tako da kvantiziram lake stupnjeve slobode dok teške tretiram klasično. Jednadžbu (30) mijenjam semiklasičnom jednadžbom

$$-\mathscr{H}_{teški} = \langle\psi|\mathscr{H}_{laki}|\psi\rangle - E, \tag{31}$$

gdje je $\langle\psi|\mathscr{H}_{laki}|\psi\rangle$ prosječna vrijednost operatora $\mathscr{H}_{laki}$ u kvantnom stanju $|\psi\rangle$. Sljedeća pretpostavka je da je $V_{laki}(q_{laki})$ potencijal N_{laki} harmoničkih oscilatora

$$V_{laki}(q_{laki}) = \sum_{a=1}^{N_{laki}} \frac{k_a q_a^2}{2} \tag{32}$$

pa operator $\mathcal{H}_{laki}$ se može napisati pomoću operatora dizanja i spuštanja kao

$$\mathcal{H}_{laki} = \sum_{a=1}^{N_{laki}} \hbar\omega_a \left(A_a^\dagger A_a + \frac{1}{2} \right), \tag{33}$$

gdje je $\omega_a = \sqrt{k_a/m_a}$, a $A_a^\dagger$ i A_a su operatori dizanja i spuštanja u poretku. Iz kvantne mehanike znam da operator spuštanja ubije najniže stanje oscilatora $A_a |0\rangle = 0$ pa vrijedi

$$\langle 0| \mathcal{H}_{laki} |0\rangle = \sum_{a=1}^{N_{laki}} \frac{\hbar\omega_a}{2}, \tag{34}$$

a semiklasična jednadžba (31) postaje

$$-\mathcal{H}_{teški} = \sum_{a=1}^{N_{laki}} \frac{\hbar\omega_a}{2} - E. \tag{35}$$

Ako bi se radilo o klasičnom harmoničkom oscilatoru energija najnižeg stanja bi bila 0 pa je klasična verzija (35)

$$-\mathcal{H}_{teški} = -E. \tag{36}$$

N_{laki} bi trebao dosta veliki broj, govorimo o lakim stupnjevima slobode cijelog "toy" svemira. Dakle postoji velika razlika između semiklasične (35) i klasične jednadžbe (36). Semiklasična jednadžba se skraćeno može napisati kao

$$-\mathcal{H}_{teški} = -E_{eff}, \tag{37}$$

gdje je

$$-E_{eff} = -E + \sum_{a=1}^{N_{laki}} \frac{\hbar\omega_a}{2}. \tag{38}$$

Efektivnoj energiji E_{eff} jako puno doprinosi član sa sumom jer govorimo o svim lakim stupnjevima slobode u cijelom "toy" svemiru. Pretpostavimo sad da stanovnici "toy" svemira mjere E_{eff} i nađu vrijednost

$$-E_{eff} \ll \sum_{a=1}^{N_{laki}} \frac{\hbar\omega_a}{2}. \tag{39}$$

Onda je problem objasniti zašto je $-E_{eff}$ tako mali broj, tj. zašto je puno manji od velike vrijednosti s desne strane jednadžbe (39)? Ovaj problem je analogan problemu kozmološke konstante u semiklasičnoj gravitaciji [13, 14, 15, 16, 17]. Jednadžba (30) pomnožena s g

$$-\mathcal{H}_{teški} g = \mathcal{H}_{laki} g - E g \tag{40}$$

je analogna 00-komponenti Einsteinove jednadžbe

$$G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}, \tag{41}$$

$G_{\mu\nu}$ je Einsteinov tenzor koji ovisi samo o gravitacijskim stupnjevima slobode, $T_{\mu\nu}$ je tenzor energije i impulsa, a Λ je kozmološka konstanta. U ovoj analogiji, "teški" stupnjevi slobode su analogni gravitacijskim stupnjevima slobode, a "laki" su analogni stupnjevima slobode obične materije, -E je analogno kozmološkoj konstanti. U semiklasičnom pristupu kvantiziraju se stupnjevi slobode obične materije dok gravitacija ostaje klasična pa jednadžba (41) postaje

$$G_{\mu\nu} = \langle \Psi | T_{\mu\nu} | \Psi \rangle + \Lambda g_{\mu\nu}, \tag{42}$$

čija 00-komponenta je analogna (31) pomnoženom s g

$$-\mathcal{H}_{teški} g = \langle \psi | \mathcal{H}_{laki} | \psi \rangle g - E g \tag{43}$$

Preciznije, u najnižem kvantnom stanju $|\psi\rangle = |0\rangle$ imamo velike doprinose od članova analognim (34), pa postoji velika razlika vrijednosti kozmološke konstante definirane najnižim kvantnim stanjem koja je ogromna i male vrijednosti dobivene iz promatranja svemira [13, 14, 15, 16, 17].
U kontekstu ovog modela nije teško razumjeti otkud dolazi problem. U difeomorfno invarijantnoj akciji (9) konstanta $-E$ ima fizikalne posljedice jer je sparen s g preko člana proporcionalnim $\sqrt{g}E$. To je analogno

kozmološkoj konstanti sparenom s gravitacijom preko člana $\sqrt{|detg_{\mu\nu}|}\Lambda$. S druge strane dodavanjem konstante E U Lagrandžijan (2), koji nema difeomorfnu invarijantnost nema nikakvih fizikalnih posljedica. U korespondirajućoj kvantnoj teoriji opisanoj Schrödingerovom jednadžbom (5) Hamiltonijan je pomaknut za vrijednost $-E$ što samo mijenja fazu kvantnog stanja te nema fizikalne posljedice. Dodavanjem energija najnižeg kvantnog stanja Hamiltonijan je još više pomaknut za $-E_{eff}$ što opet mijenja samo fazu te nema fizikalne posljedice.
Zaključak je sličan onom u odjeljku 3. Fundamentalna kvantna teorija nema difeomorfnu invarijantnost, već je ona pojava samo na klasičnom nivou. Kad se to uzme u obzir, problem kozmološke konstante nestane na očiti način.

5 Crna rupa i "firewall"

5.1 Model

Promotrimo sustav s dva stupnja slobode $q(t) = \{x(t), y(t)\}$ i pretpostavimo da je invarijantan nad rotacijama u x-y ravnini. Pretpostavimo da je $E = 0$. Akcija (9) onda postane

$$\tilde{A} = \int dt \sqrt{g} \left[\frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2g} - V(x,y) \right] \tag{44}$$

gdje je $V(x,y) = V(x^2 + y^2)$. Zbog kružne simetrije prirodno je uvesti polarne koordinate

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad \phi = \arctan\frac{y}{x} \tag{45}$$

s domenama

$$z \in [0,\infty), \qquad \phi \in [0,2\pi) \tag{46}$$

Akciju (44) mogu pisati kao

$$\tilde{A} = \int dt \sqrt{g} \left[\frac{m(\dot{z}^2 + z^2\dot{\phi}^2)}{2g} - V(z^2) \right] \tag{47}$$

te se ograničenje (10) reducira na

$$\frac{m(\dot{z}^2 + z^2\dot{\phi}^2)}{2g} + V(z^2) = 0. \tag{48}$$

Da bih dobio zanimljiv rezultat ograničenja pretpostavit ću da je za mali z potencijal obrnuti harmonički oscilator

$$V(z^2) = -\frac{kz^2}{2}, \tag{49}$$

s $k > 0$. Još pretpostavljam da je $\phi(t) = 0$ te uzimam baždarenje

$$g(t) = 1, \tag{50}$$

uvjet (48) se onda reducira na

$$\frac{m\dot{z}^2}{2} - \frac{kz^2}{2} = 0, \tag{51}$$

što je diferencijalna jednadžba za z(t)

$$\left(\frac{dz(t)}{dt}\right)^2 = \gamma^2 z^2(t), \tag{52}$$

gdje je $\gamma = \sqrt{k/m}$. Vidjet ćemo da (52) opisuje gibanje analogno radijalnom gibanju čestice oko crne rupe s horizontom u z=0.

5.2 Analogija s crnom rupom

Rješenje diferencijalne jednadžbe (52) je

$$z(t) = z(0)e^{\pm\gamma t}. \tag{53}$$

Rješenje $z(t) = z(0)e^{-\gamma t}$ se može vizualizirati kao radijalno padanje prema z=0. Padanje se eksponencionalno usporava što smo bliže $z = 0$ te je potrebno beskonačno mnogo vremena da dođemo do $z = 0$. Rješenje $z(t) = z(0)e^{\gamma t}$ je vremenska inverzija padanja, opisuje bijeg objekta na malom z prema $z \to \infty$. Ako je $z(0) = 0$ onda ne može nikad pobjeći te je zarobljen na $z(t) = 0$ zauvijek. Ovo ponašanje je analogno padanju u crnu

rupu ili bijegu od crne rupe. Potrebno je beskonačno puno vremena da se dostigne horizont crne rupe iz perspektive promatrača koji je izvan horizonta crne rupe tj. $z > 0$. Isto tako objekt već na horizontu ne može nikad pobjeći. Vidimo da je točka u $z = 0$ analogna horizontu crne rupe.
Osim toga pošto je teorija difeomorfno invarijantna mogu promjeniti baždarenje te uvesti novu varijablu vremena $t\prime$ definiranu kao

$$e^{-\gamma t} = 1 - \gamma t' \tag{54}$$

pa se rješenje padanja u crnu rupu može napisati kao

$$z(t') = z(0)[1 - \gamma t']. \tag{55}$$

Sada je točka $z = 0$ dostignuta nakon konačnog vremena $t' = 1/\gamma$. Nadalje rješenje se može proširiti na negativne vrijednosti z (zbog ovog razloga koordinatu zovem z a ne r), koje su dostignute za $t' > 1/\gamma$.Ovo je analogno Kruskal ekstenziji [1, 2, 3] Schwarzschildovog rješenja u općoj relativnosti, gdje u prilagođenim koordinatama vrijeme prostora padajući objekt dostigne horizont crne rupe u konačnom vremenu te je rješenje prošireno ispod horizonta crne rupe. Takvo rješenje opisuje unutrašnjost crne rupe uz ono što je van crne rupe. Stoga je regija s negativnim z analogija unutrašnjosti crne rupe "toy" modela.

5.3 Efektivni vrijemeprostor

Analogija odozgo se može eksplicitnije pokazat uvođenjem efektivne metrike. Ograničenje (52) se može napisati kao $\gamma^2 z^2 dt^2 - dz^2 = 0$, što se može interpretirati kao gibanje relativističke bezmasene čestice u efektivnoj metrici

$$ds^2_{eff} = \Omega(t,z)[\gamma^2 z^2 dt^2 - dz^2], \tag{56}$$

gdje je $\Omega(t,z) > 0$ proizvoljni konformalni faktor. Ova efektivna metrika ima horizont na $z = 0$. Metrika u uglatim zagradama ima istu formu kao Rindlerova metrika [37, 1]

$$ds^2_{Rindler} = a^2 z^2 dt^2 - dz^2, \tag{57}$$

koja je asocirana s promatračem na koordinati $z = 1/a$ koji akcelerira s pravom akceleracijom a. Rindlerov horizont na $z = 0$ ima puno sličnosti s horizontom crnih rupa [37, 7, 8].
Pošto (56) ima koordinatni singularitet na $z = 0$ bilo bi zanimljivo vidjeti što se dogodi nakon koordinatne transformacije (54). Dobije se sljedeća metrika

$$ds^2_{eff} = \Omega\left[\frac{\gamma^2 z^2 dt'^2}{(1-\gamma t')^2} - dz^2\right], \tag{58}$$

koja je još uvijek singularna u $z = 0$, no singularni član

$$g'_{00} = \frac{\Omega\gamma^2 z^2}{(1-\gamma t')^2} \tag{59}$$

je regularan na trajektoriji (55), tj.

$$g'_{00} = \Omega\gamma^2 z^2(0) \tag{60}$$

je regularan ako početna koordinata $z(0) \neq 0$.
Standardni način uklanjanja singulariteta u koordinatama na horizontu $z = 0$ je uvođenje nove koordinate

$$T = z\sinh\gamma t, \qquad Z = z\cosh\gamma t. \tag{61}$$

Lako se pokaže da vrijedi $dT^2 - dZ^2 = \gamma^2 z^2 dt^2 - dz^2$ pa (56) se može pisati kao

$$ds^2_{eff} = \Omega[dT^2 - dZ^2]. \tag{62}$$

U ovim koordinatama za relativističku bezmasenu česticu vrijedi $dT^2 - dZ^2 = 0$ pa rješenje za česticu koja pada u crnu rupu glasi

$$Z(T) = Z(0) - T, \tag{63}$$

što korespondira (55).
Sada želim izraziti poziciju horizonta $z = 0$ u koordinatama T i Z. Zanimljivo ako je t konačan, iz (61) se jasno vidi da je $(T,Z) = (0,0)$, no što ako $t \to \pm\infty$? U ovom limitu se iz (61) vidi da će $Z/T = \pm 1$ za bilo koji z uključujući $z \to 0$ te su dvije linije $Z = \pm T$ isto konzistentne sa $z = 0$. Horizont će onda biti točka unije

$(T,Z) = (0,0)$ (odgovara konačnom t) i linija $Z = \pm T$ (odgovaraju $t \to \infty$). No ta unija je unija dviju linija $Z = \pm T$ pa zaključujem da horizont jesu te dvije linije. Linija $Z = T$ je horizont u budućnosti i odgovara crnoj rupi, a linija $Z = -T$ je horizont u prošlosti i odgovara hipotetskoj bijeloj rupi.
Lako se vidi da rješenje (63) prijeđe horizont u budućnosti $Z = T$ i proširi se preko horizonta, što odgovara proširenju preko analognog horizonta $z = 0$ u (55).
Efektivna metrika se može uvesti za bilo koji negativni potencijal $V(x,y)$ u (44) ne samo obrnuti harmonički oscilator (49). Ograničenje koje rezultira iz (44) glasi

$$\frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2g} + V(x,y) = 0. \tag{64}$$

Koja se opet u baždarenju $g = 1$ može napisati kao

$$-\frac{2V(x,y)}{m}dt^2 - dx^2 - dy^2 = 0. \tag{65}$$

To se opet može interpretirati kao gibanje bezmasene relativističke čestice u vrijemeprostoru definiranom preko metrike

$$ds^2_{eff} = \Omega(t,x,y)\left[-\frac{2V(x,y)}{m}dt^2 - dx^2 - dy^2\right], \tag{66}$$

gdje je $\Omega(t,x,y) > 0$ arbitrarni konformalni faktor, Ova metrika ima članove na dijagonali $(+,-,-)$ ako je zadovoljeno $V(x,y) < 0$. Radi jednostavnosti ću uzeti da je $\Omega = 1$ i definirati efektivni Newtonov potencijal $\Phi_{\text{grav}}(x,y)$ preko standardne relacije [3]

$$g_{00}(x,y) = 1 + 2\Phi_{\text{grav}}(x,y). \tag{67}$$

Sada se jasno vidi veza između $V(x,y)$ i $\Phi_{\text{grav}}(x,y)$

$$\Phi_{\text{grav}}(x,y) = -\frac{V(x,y)}{m} - 1/2. \tag{68}$$

Bidno je vidjeti iz (68) da $\Phi_{\text{grav}}(x,y)$ korespondira s $-V(x,y)$, a ne s $V(x,y)$ kako bi se naivno očekivalo.

5.4 "Firewall"

Vidjeli smo da se rješenje (55) može proširiti na negativne vrijednosti z i da je to proširenje analogno unutrašnjosti crne rupe iza horizonta. Unatoč tome to je dosta problematično u "toy" modelu, jer je z ograničen samo na pozitivne vrijednosti definicijom (46)? Odgovor je da ne može! Samo ne-negativne vrijednosti z su fizikalne. Dio prostora s negativnim z ne postoji. Motivacija za proširenje na negativne vrijednosti z je izašla iz jednadžbe (55), koja je nastala iz redefiniranja vremena u jednadžbi (54). Orginalni model (1) sa (2) nije difeomorfno invarijantan tj. ne dozvoljava arbitrarne redefinicije vremenske koordinate. Iz ovog pogleda, $g = 1$ baždarenje nije arbitrarni izbor već korektna vrijednost g. Negativne vrijednosti z su proizašle iz shvaćanja difeomorfne invarijantnosti preozbiljno, dok je invarijantnost samo pojavno svojstvo koje je rezultat formalizma koji, sam ubacio u akciju klasičnu vrijednost energije, kao što je opisano u odjeljku 2.2.
Zaključak odozgo je da nema regije iza z=0 koja je kompletno klasična i ne uključuje kvantnu mehaniku. Unatoč tome, semiklasična teorija koja liči na Hawking radijaciju se može konstruirati. Pretpostavimo da dve prepletene čestice se stvore u regiji $z > 0$, jedna koja pada u crnu rupu, a druga koja će joj pobjeći, tako imitiraju Hawkingov par. Pretpostavimo da je potencijal $V(z^2)$ za male z dan jednadžbom (49) a za ostale vrijednosti z konstantan

$$V(z^2) = \begin{cases} -kz^2/2 & \text{za } z \le z_0 \\ -V_0 & \text{za } z \ge z_0, \end{cases} \tag{69}$$

gdje je

$$z_0 = \sqrt{\frac{2V_0}{k}}. \tag{70}$$

Ovaj se potencijal može vizualizirati kao ravnica s jednim brdom radijusa z_0 čiji je vrh u $z = 0$. ovaj potencijal oponaša stacionarnu crnu rupu aproksimiranu ravnom geometrijom za $r \ge r_0$, što je razumno ako je r_0 puno veći od Schwarzschildovog radijusa. Da oponaša ne-stacionarnu crnu rupu, modificiram (69) i (70)

$$V(z^2) = \begin{cases} -k(t)z^2/2 & \text{za } z \le z_0(t) \\ -V_0 & \text{za } z \ge z_0(t), \end{cases} \tag{71}$$

$$z_0(t) = \sqrt{\frac{2V_0}{k(t)}}, \tag{72}$$

gdje je $k(t)$ zanimljiva funkcija vremena, koja nakon nekog velikog ali konačnog vremena t_*, postaje beskonačna $k(t_*) = \infty$. Stoga radijus $z_0(t)$ se smanji i postane nula u vremenu t_* što oponaša smanjivanje evaporirajuće crne rupe. Informacijski paradoks se sad može formulirati na sljedeći način. Pik upadajućeg valnog paketa slijeti aproksimativno klasični trajektorij (55) pa ulazi u regiju iza $z = 0$ tj. iza vrha brda. No za daleka vremena $t > t_*$ potencijal je $V(z^2) = -V_0$, pa nema vrha brda, stoga ni regije iza vrha brda. Izgleda da upadajuća čestica nestane za daleka vremena pa čestice koje pobjegne u mješanom stanju kontradiktiraju unitarnost kvantne mehanike. Ovo je "toy" verzija problema informacijskog paradoksa crne rupe. Rješenje paradoksa je da regija iza $z = 0$ nije ni postojala na prvom mjestu. kao što sam rekao motivacija za proširenje u negativne z je došla iz (55) koju smo dobili uvođenjem nove vremenske koordinate u (54), što nije dozvoljeno u fundamentalnoj teoriji bez difeomorfne invarijantnosti.
Ne postojanje regije iza $z = 0$ u "toy" modelu ima analogiju u fizici crnih rupa. S motivacijom da se razriješi informacijski paradoks crnih rupa [18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27] u semiklasičnoj gravitaciji, pretpostavilo se da interior crne rupe ne postoji; horizont crne rupe pretstavlja fizikalnu granicu zvanu "firewall" [35, 36, 27]. Problem sa "firewall" konceptom je da ga je teško pomiriti sa klasičnom općom relativnošću,koja predviđa da interior postoji i da horizont nije fizikalna granica. No takav standardni pogled klasične opće relativnosti je posljedica 4-D difeomorfne invarijantnosti. Alternativno ako je 4-D difeomorfna invarijantnost u općoj relativnosti pojavna na sličan način kao u ovom "toy" modelu sa pojavnom 1-D difeomorfna invarijantnost, onda se 4-D difeomorfna invarijantnost nesmije biti ozbiljno shvaćena čak i u klasičnoj teoriji. Ako je to tako onda se nebi treblao vjerovati u postojanje interijera crne rupe koji je rezultat Kruskalovog proširenja. Takav alternativni pogled na klasičnu gravitaciju, ako je točan, čini "firewall" kompatibilnim s klasičnom fizikom, što rješava "firewall" problem.
Zaključci su slični kao i u paragrafima 3 i 4. "Toy" verzija "firewall" problema počiva iz uzimanja difeomorfne invarijantnosti zdravo za gotovo. Kada se uzme u obzir da je ova invarijantnost samo pojavna, dok fundamentalna teorija nema tu invarijantnost, "toy" "firewall" problem nestane na očiti način.

6 Prema pojavnoj 4-D difeomorfnoj invarijantnosti

Motivacija za proučavanje 1-D difeomorfne invarijantnosti je da nešto naučimo o realnoj 4-D difeomorfnoj invarijantnosti tj. o realnoj klasičnoj, semiklasičnoj i kvantnoj gravitaciji. Pitanje je kako se ideje "toy" modela mogu generalizirati na 4-D difeomorfnu invarijantnost? Nažalost nemam cijeli odgovor na to pitanje. Cijeli odgovor bi bio ekvivalentan znanju kompletne teorije kvantne gravitacije, koju naravno nemamo. Unatoč tomu , inspiriran "toy" modelom, sam skicirao ideju kako bi takva generalizacija mogla izgledati. Ono što ovdje prezentiram je par spekulacija baziranih na educiranom pogađanju, što je na ovom nivou vrlo daleko od potpuno razrađene teorije.
Početnički pogled koji imamo je da zakrivljenost vrijeme prostora iskrsnula iz bezmasenog polja spina 2 [38, 39, 40, 41, 42], i ne obrnuto. Otprilike to znači da u formuli

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} + \phi_{\mu\nu}^{\text{spin-2}}(x) \tag{73}$$

, koja povezuje zakrivljenu metriku vrijeme-prostora $g_{\mu\nu}(x)$, ravnu Minkowski metriku $\eta_{\mu\nu}$ i bezmaseni spin-2 polje $\phi_{\mu\nu}^{\text{spin-2}}(x)$, veličine na desnoj strani su fundamentalnije nego one s lijeve strane. Filozofski, takav pogled se bolje slaže s teorijomstruna nego sa "loop" kvantnom gravitacijom. U fundamentalnoj teoriji, formula (73) se očekuje da će biti validna u nekom aproksimativnom smislu. Pretpostavljamo da postoji neka fundamentalna akcija $A[\phi]$ bez difeomorfne invarijantnosti, gdje je $\phi = \phi(x)$ kolektivni simbol za sva fundamentalna dinamička polja

$$\phi = \{\phi_{\text{matt}}, \phi_{\text{spin-2}}, ...\}. \tag{74}$$

Ovdje je ϕ_{matt} polje obične materije sa spinovima 0, $\frac{1}{2}$ i 1, polje $\phi_{\text{spin-2}}$ je bezmaseno spin-2 polje i ostalo su neka nepoznata polja izvan Standardnog Modela fizike čestica. Koordinata x je koordinata 4-D vrijeme prostora. Iz akcije $A[\phi]$ može se derivirati simetrizirani tenzor energije i impulsa $T_{\mu\nu}[\phi;x]$, kojije očuvan kada su zadovoljene

$$\delta A/\delta\phi[x] = 0 \tag{75}$$

jednadžbe gibanja. U klasičnoj fizici polja $\phi(x)$ dobiju neku definiranu vrijednost $\Phi(x)$, gdje je $\Phi(x)$ rješenje (75). Sada mogu definirati

$$E_{\mu\nu} \equiv T_{\mu\nu}[\Phi;x] \tag{76}$$

što je generalizacija definitne energije E iz (8). Na primjer, u klasičnom vakuumu u Minkowski metrici, $E_{\mu\nu}$ bi mogao poprimiti oblik

$$E_{\mu\nu}(x) = -\Lambda\eta_{\mu\nu}, \tag{77}$$

gdje je Λ konstanta. Što god bio $E_{\mu\nu}(x)$ u klasičnoj fizici uvijek mogu pisati

$$T_{\mu\nu}[\phi;x] - E_{\mu\nu}(x) = 0, \tag{78}$$

što je generalizacija(8). U nekom limitu be se mogloočekivati da $T_{\mu\nu}[\phi;x]$ se može rastaviti na

$$T_{\mu\nu}[\phi;x] = T^{\text{matt}}_{\mu\nu}[\phi;x] + T^{\text{spin-2}}_{\mu\nu}[\phi;x] + ... \tag{79}$$

S ovom dekompozicijom, (78) dosta liči na Einsteinovu jednadžbu (41) napisana u negeometrijskom spin-2 jeziku. Sada je ideja razmišljati o (78) kao ograničenje iz kojeg dobijemo novu akciju $\tilde{A}[\phi,g]$ gdje je $g(x) = \{g_{\mu\nu}\}$ simetrično polje tenzora.Po analogij sa (9)očekivalo bi se daje nova akcija $\tilde{A}[\phi,g]$ difeomorfno invarijantna, tako da difomorfno kovarijantna jednadžba

$$\delta\tilde{A}/\delta g_{\mu\nu}(x) = 0 \tag{80}$$

se reducira na (78), kada je baždarenje dobro odabrano. Isto bi se očekivalo da u određenom limitu se akcija $\tilde{A}[\phi,g]$ reducira na standardnu akciju opće relativnosti. Ovo je otprilike kako bi difeomorfna invarijantnost trebala iskrsnuti na klasičnom nivou. Unatoč tome fundamentalna akcija koja se treba kvantizirat je $A[\phi]$, a ne $\tilde{A}[\phi,g]$.
S ovim pristupom,lagano je vidjeti da nema problema vremena u kvantnoj gravitaciji, jednostavno zato što fundamentalna akcija $A[\phi]$ nema ograničenje na energiju. Hamiltonijan H deriviran pomoću akcije $A[\phi]$ ne mora nestati na ljusci. Isto tako nema problema kozmološke konstante u smislu da energija najnižeg kvantnog stanja nema fizikalne posljedice. Napokon evolucija u vremenu $e^{-iHt/\hbar}$ je unitarna,tako da svi kvantni procesi, uključujući Hawking radijaciju su kompatibilni s unitarnošću. Unatoč tome,na ovom nivou nije jasno kako se točno razriješi problem informacijskog paradoksa asociranog s Hawking radijacijom. Pošto kvantna teorija nema difeomorfnu invarijantnost pa je "firewall" scenarij diskutiran u 5.4 vjerojatan. U istom duhu, budući da kvantna gravitacija nije fundamentalno geometrijska u ovoj slici sama po sebi, geometrijska predlaganja koja uključuju crvotočine, kao što je $ER = EPR$ [43] i otoci crnih rupa [44], se čine manje vjerojatni. Unatoč tome, na ovom nivou razumijevanja ideja skiciranih gore, nemoguće je napraviti konačne i precizne tvrdnje o kvantnoj prirodi crnih rupa.

7 Diskusija i zaključak

U ovom radu smo konstruirali "toy" verziju problema vremena u kvantnoj gravitaciji, problema kozmološke konstante i problema "firewall-a"crne rupe. U modelima, problemi su uzrokovani 1-D difeomorfnom invarijantnošću koji uzimamo zdravo za gotovo. Ova 1-D difeomorfna invarijantnost realizirana kao "time-reparametrization invariance" je posljedica nečeg fundamentalnijeg. Uzevši to u obzir problemi nestanu na prirodan način. Problem vremena nestane zbog toga što kvantna energija nije jasno definirana u nedostatku fundamentalne "time-reparametrization invariance". Problem kozmološke konstante nestane zato što pomak u energiji za konstantu nema fizikalne posljedice u nedostatku "time-reparametrization invariance". Problem "firewall-a" crne rupe nestane, zato što "firewall" na horizontu može biti potpuno kompatibilan s klasičnom fizikom kada je difeomorfna invarijantnost interpretirana radije kao pojavna nego fundamentalna.
Naglašavam da rješenje problema vremena u odjeljku 3 zahtijeva da je cijeli Svemir u stanju loše definirane energije. Može li ovaj zahtjev biti fleksibilniji? Sada ćemo razmotriti različite mogućnosti, uključujući njihove nedostatke.Naivno bi mogli pomisliti da bi cijeli Svemir trebao imati dobro definiranu energiju, ali da neki podsustav S još uvijek može imati netrivijalnu vremensku evoluciju bez dobro definirane energije. Ipak, ako cijeli Svemir ne ovisi o vremenu, onda je bilo koji podsustav također neovisan o vremenu. Da se to vidi eksciplitno, pretpostavimo da je cijeli Svemir u energetskom svojstvenom stanju $|\psi(t)\rangle = e^{-iEt/\hbar}|\psi(0)\rangle$. Onda matrica gustoće glasi

$$\rho(t) = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)| = |\psi(0)\rangle\langle\psi(0)| = \rho(0), \tag{81}$$

štoje očito invarijantno u vremenu. Stoga je gustoća stanja podsistema S ρ_S dana parcijalnim tragom preko ostatka svemira R

$$\rho_S = Tr_R\rho(0). \tag{82}$$

Očito je da je desna strana (82) vremenski neovisna za bilo koju proizvoljnu dekompoziciju cijelog Svemira. Uistinu, ako je energija cijelog Svemira dobro definirana onda podsustav S može imati neodređenu energiju samo kada je otvoren sustav prepleten sa sustavom R, ali stanje otvorenog sustava nije opisano Schrödingerovom jednadžbom pa nesigurnost u energiji ne implicira vremensku ovisnost. Otvoreni sustavi se često ponašaju klasično zbog dekoherencije uzrokovane okolinom [45], ali dekoherencija kao sama nije vremenski ovisan proces te ne može biti dekoherencije ako je cijeli Svemir vremenski neovisan. Sve ovo pokazuje da podsustav ne može ovisiti o vremenu ako cijeli Svemir ne ovisi o vremenu. Kada je valna funkcija Svemira svojstvena vrijednost energije, vremenska ovisnost može biti uključena pomoću različitih "non-minimal" interpretacijama kvantne mehanike [46]. Primjerice ako pretpostavimo da je makroskopska klasičnost prije fundamentalna nego pojavna u odnosu na kvantnu mehaniku ili ako postuliramo dodatne vremenske varijable ili modificiranjem Schrödingerove jednadžbe, ali bilo kakva takva kvantna interpretacija uvodi dodatne nivoe kontroverze. Napokon je moguće asocirati ovisnost o vremenu sa podsustavom tako da redefiniramo pojam samog vremena. Najpoznatiji primjer je Page-Wootters "vrijeme" [47] (s puno različitih varijacija kao što je [48,49]), bazirano na toj ideji valna funkcija koja ne ovisi o vanjskom vremenu t može još uvijek ovisiti o konfiguracijskoj varijabli q_c koja korespondira observabli sata, a to sugerira da se q_c može interpretirati kao "vrijeme". Takvi pristupi su na svoj način zanimljivi, ali su ortogonalni pristupu ovog rada. Recimo samo da u kontekstu ovog rada nije jasno zašto bi se ovisnost o q_c mogla interpretirati kao evolucija u vremenu. Stoga možemo zaključiti da je najracionalniji pristup prihvatiti da Svemir ima neodređenu energiju.// Slijedeće što tvrdim da je energija vakuuma irelevantna u kontekstu problema kozmološke konstante što je kompatibilno s Kazimirovim efektom. Opis Kazimirovog efekta u terminima energije vakuuma je samo efektivni makroskopski opis, dok fundamentalni mikroskopski opis leži u van der Waalsovim silama [50, 51, 52]. Može se razumjet u kotekstu "toy" modela [52] sličnog kao u ovom radu.

U "toy" modelima ovog rada, rješenja problema vremena i kozmološke konstante su dosta obični; rješenja ne ovise o detaljima modela.Npr. rješenje problema kozmološke konstante ne ovisi o potencijalu koji sam koristio, naime dok god najniže stanje potencijala nema energiju nula dokaz radi

Za razliku od tog "toy" modela,"toy" problem "firewall-a" crne rupe nije toliko obićan i ovisi dosta o detaljima modela. Vjerojatno bi potpuno drukčiji modeli imali potpuno drukčije rješenje informacijskog paradoksa crne rupe bez ikakvog ukazivanja na postojanje "firewall-a". Više je istraživanja potrebno da se može reć sa sigurnošću da nedostatak difeomorfne invarijantnosti pomaže u rješavanju problema.

Još bitnije, nije jasno da se takvi "toy" modeli trebaju generalizirati na realnu 4-D difeomorfnu invarijantnost opće relativnosti. U odjeljku 6 je skicirano kako bi se takve generalizacije izgledale, ali je to daleko od razrađene teorije. Unatoč tome konceptualna jednostavnost rješenja se čine sugestivnim pa možda konceptualna jednostavnost bi mogla služiti kao inspiracija za daljnje istraživanje.

U bilo kojem slučaju, vjerujem da ova anliza "toy" modela sa difeomorfnom invarijantnošću će moći utjecati na to kako fizičari razmišljaju o općoj relativnosti na intuitivnom nivou.

8 Reference

[1] C.W. Misner, K.S. Thorne and J.A. Wheeler, Gravitation (W.H. Freeman and Company, San Francisco, 1973).

[2] R.M. Wald, General Relativity (The University of Chicago Press, Chicago, 1984).

[3] S.M. Carroll, Spacetime and Geometry (Addison Wesley, San Francisco, 2004).

[4] C. Kiefer, Quantum Gravity (Oxford University Press, 2012).

[5] C. Rovelli, Quantum Gravity (Cambridge University Press, 2004).

[6] K. Becker, M. Becker and J.H. Schwarz, String Theory and M-Theory (Cambridge University Press, 2007).

[7] N.D. Birrell and P.C.W. Davies, Quantum Fields in Curved Space (Cambridge University Press, 1982).

[8] V. Mukhanov and S. Winitzki, Introduction to Quantum Effects in Gravity (Cambridge University Press, 2007).

[9] K.V. Kucha ˇr, Proceedings of the 4th Canadian Conference on General Relativity and Relativistic Astrophysics (World Scientific, Singapore, 1992); reprinted in Int. J. Mod. Phys. D 20 (Suppl. 1), 3 (2011).

[10] C.J. Isham, gr-qc/9210011.

[11] T. Padmanabhan, Int. J. Mod. Phys. A 4, 4735 (1989).

[12] E. Anderson, The Problem of Time: Quantum Mechanics Versus General Relativity (Springer International Publishing AG, 2017).

[13] S. Weinberg, Rev. Mod. Phys. 61, 1 (1989).

[14] S. Nobbenhuis, Found. Phys. 36, 613 (2006); gr-qc/0411093. 19

[15] V. Sahni and A. Starobinsky, Int. J. Mod. Phys. D 9, 373 (2000); astro-ph/9904398.

[16] S.M. Carroll, Living Rev. Rel. 4, 1 (2001); astro-ph/0004075.
[17] T. Padmanabhan, Phys. Rep. 380, 235 (2003); hep-th/0212290.
[18] S.B. Giddings, Phys. Rev. D 46, 1347 (1992); hep-th/9203059.
[19] J.A. Harvey and A. Strominger, hep-th/9209055.
[20] J. Preskill, hep-th/9209058.
[21] D.N. Page, hep-th/9305040.
[22] S.B. Giddings, hep-th/9412138.
[23] A. Strominger, hep-th/9501071.
[24] S.D. Mathur, Lect. Notes Phys. 769, 3 (2009); arXiv:0803.2030.
[25] S.D. Mathur, Class. Quant. Grav. 26, 224001 (2009); arXiv:0909.1038.
[26] S. Hossenfelder, L. Smolin, Phys. Rev. D 81, 064009 (2010); arXiv:0901.3156.
[27] F.S. D¨undar, arXiv:1409.0474.
[28] D. Harlow, Rev. Mod. Phys. 88, 15002 (2016); arXiv:1409.1231.
[29] J. Polchinski, arXiv:1609.04036.
[30] S. Chakraborty and K. Lochan, Universe 3, 55 (2017); arXiv:1702.07487.
[31] D. Marolf, Rept. Prog. Phys. 80, 092001 (2017); arXiv:1703.02143.
[32] A. Fabbri and J. Navarro-Salas, Modeling Black Hole Evaporation (Imperial College Press, London, 2005).
[33] A.D. Sakharov, Dokl. Akad. Nauk SSSR 177, 70 (1967).
[34] H. Nikoli´c, Eur. Phys. J. C 42, 365 (2005); hep-th/0407228.
[35] A. Almheiri, D. Marolf, J. Polchinski, J. Sully, JHEP 1302, 062 (2013); arXiv:1207.3123.
[36] A. Almheiri, D. Marolf, J. Polchinski, D. Stanford, J. Sully, JHEP 1309, 018 (2013); arXiv:1304.6483.
[37] W. Rindler, Am. J. Phys. 34, 1174 (1966).
[38] R.P. Feynman, Feynman Lectures on Gravitation (Addison-Wesley Pub. Company, Massachusetts, 1995).
20
[39] S. Weinberg, Phys. Lett. 9, 357 (1964); S. Weinberg, Phys. Rev. 135, 1049 (1964).
[40] W.E. Thirring, Ann. Phys. 16, 96 (1961).
[41] H. Nikoli´c, Gen. Rel. Grav. 31, 1211 (1999); gr-qc/9901057.
[42] S. Deser, Gen. Rel. Grav. 42, 641 (2010); arXiv:0910.2975.
[43] J. Maldacena, L. Susskind, Fortsch. Phys. 61, 781 (2013); arXiv:1306.0533.
[44] A. Almheiri, T. Hartman, J. Maldacena, E. Shaghoulian, A. Tajdini, Rev. Mod. Phys. 93, 35002 (2021); arXiv:2006.06872.
[45] M. Schlosshauer, Decoherence and the Quantum-to-Classical Transition (Springer, Berlin, 2007).
[46] H. Nikoli´c, Int. J. Quantum Inf. 15, 1740001 (2017); arXiv:1703.08341.
[47] D.N. Page, W.K. Wootters, Phys. Rev. D 27, 2885 (1983).
[48] V. Giovannetti, S. Lloyd, L. Maccone, Phys. Rev. D 92 045033 (2015); arXiv:1504.04215.
[49] H. Nikoli´c, Int. J. Quantum Inf. 12, 1560001 (2014); arXiv:1407.8058.
[50] R.L. Jaffe, Phys. Rev. D 72, 021301 (2005); hep-th/0503158.
[51] H. Nikoli´c, Phys. Lett. B 761, 197 (2016); arXiv:1605.04143.
[52] H. Nikoli´c, Ann. Phys. 383, 181 (2017); arXiv:1702.03291.