

VREMENSKI NIZOVI 2: ARMA PROCESI

STATISTIČKI PRAKTIKUM 2

6. VJEŽBE

Proizvodnja piva u Australiji

U dokumentu `beer.csv` nalaze se podaci o proizvodnji piva u Australiji od siječnja 1956. do kolovoza 1995. Učitajte i grafički prikažite podatke. Iz grafa i prirode podataka pretpostavite koji bi mogao biti period sezonalne komponente te spremite podatke u varijablu `pivo` tipa `ts`.

Desezonalizacija niza

Očito je da će proizvodnja piva ovisiti o mjesecima, jer će u nekim mjesecima potrošnja biti veća, a u drugim manja. Procijenite sezonalnu komponentu, spremite ju u varijablu `pivo.s`, a desezonalizirane podatke u varijablu `pivo.ds`.

Desezonaliziran niz

Grafički prikazite desezonalizirani niz. Razmotrite moguće modele za procjenu trenda. Polinom kojeg stupnja možete sugerirati kao pogodan model?

Utvrdjivanje trenda

Procijenite parametre modela i prikažite graf modela uz desezonalizirane podatke.

Malo o trendu

```
> summary(lm_pivo)
```

Call:

```
lm(formula = pivo.ds ~ I(t - 1956) + I((t - 1956)^2) + I((t - 1956)^3) + I((t - 1956)^4))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-38.5437	-6.4047	0.2766	5.9089	35.5035

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	9.039e+01	2.297e+00	39.345	< 2e-16 ***
I(t - 1956)	-3.619e+00	8.060e-01	-4.490	8.98e-06 ***
I((t - 1956)^2)	8.815e-01	8.293e-02	10.629	< 2e-16 ***
I((t - 1956)^3)	-3.458e-02	3.149e-03	-10.982	< 2e-16 ***
I((t - 1956)^4)	3.945e-04	3.947e-05	9.994	< 2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 10.15 on 471 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.8833, Adjusted R-squared: 0.8823

Što s ostacima?

Nacrtajte graf ostataka i provjerite koreliranost grešaka.

Greške modeliramo kao ARMA proces

Uočavamo da su greške korelirane i ne možemo ih okarakterizirati kao bijeli šum. Zato greške modeliramo kao specijalnu klasu stacionarnih procesa - ARMA(p, q) *autoregressive moving-average* procesom.

Slučajni proces $\{X_t : t \in \mathbb{Z}\}$ zove se ARMA(p, q) proces ako je (X_t) stacionaran i za svaki t vrijedi

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \dots - \phi_p X_{t-p} = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q},$$

gdje je $(Z_t) \sim WN(0, \sigma^2)$. Kažemo da je (X_t) ARMA(p, q) proces sa srednjom vrijednosti μ ako je $(X_t - \mu)$ ARMA(p, q) proces.

Ako je $\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_p = 0$ proces zovemo MA(q), a ako je $\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_q = 0$ AR(p).

Kako identificiramo pojedine procese?

Odgovarajući stupanj (*lag*) AR ili MA modela možemo procijeniti iz grafa acf i pacf.

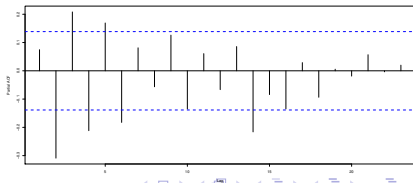
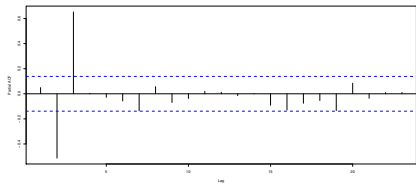
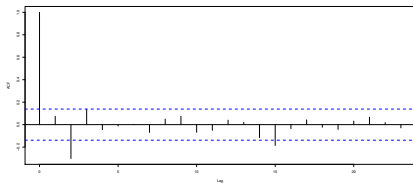
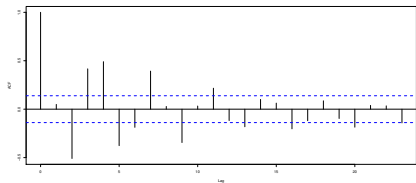
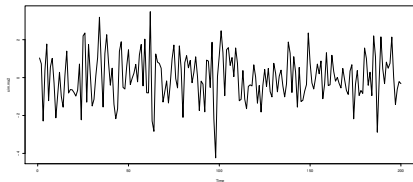
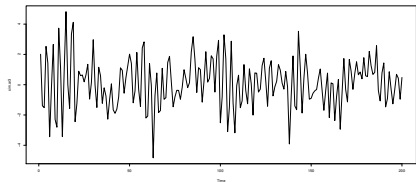
	acf	pacf
AR(p)	skok u lagu p, nakon toga geometrijski opada	nagli pad nakon laga p
MA(q)	nagli pad nakon laga q	skok u lagu q, nakon toga geometrijski opada

Simulirajmo AR(3), MA(2) i ARMA(2,3) procese.

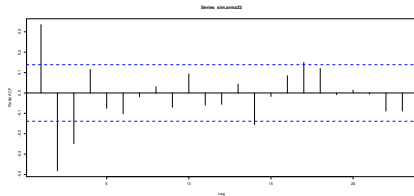
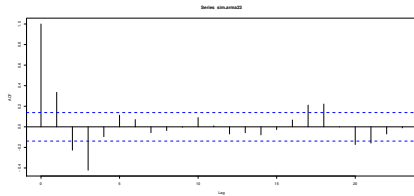
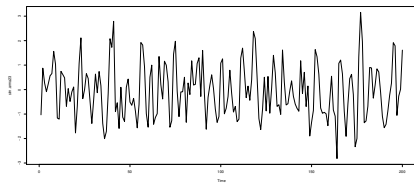
```
> arima.sim
function (model, n, rand.gen = rnorm, innov = ...)

> sim.ar3 = arima.sim(list(ar=c(0.4,-0.5,0.6)), n=200)
> sim.ma2 = arima.sim(list(ma=c(0.4,-0.6)), n=200)
> sim.arma23 = arima.sim(list(ar=c(0.4,-0.6),
+ ma=c(-0.1,0.3,-0.2)), n=200)
```

Graf niza, ACF-a i PACF-a za AR(3) i MA(2)



Za ARMA procese grafovi prikazuju sljedeće



Procjena parametara

Nakon što identificiramo model (AR/MA/ARMA) možemo procijeniti parametre. Kako vrlo često ne znamo broj i tip parametara, najbolji model odabiremo pomoću AIC kriterija.

Ako naslućujemo (npr. iz grafa PACF) da se radi o AR procesu možemo koristiti proceduru ar koja će nam pomoću AIC kriterija i Yule-Walker procedure dati broj parametara i njihovu procjenu. Povratne vrijednosti:

- ▶ ar - procijenjeni koeficijenti
- ▶ var.pred - $\hat{\sigma}^2$

Korištenjem procedure `ar` procijenite stupanj i parametre AR modela za simulirane AR(3) podatke.

Općenito, parametre ARMA(p, q) modela uz poznate stupnjeve p i q možemo procijeniti pomoću procedure

```
> arima(x, order = c(0, 0, 0), include.mean = TRUE, ...)
```

Procijenite parametre simuliranih MA(2) i ARMA(2,3) modela.

” Goodness-of-fit”

- ▶ provjera reziduala - trebaju dolaziti iz klase bijelog šuma, smanjila im se varijanca (tsdiag)
- ▶ provjera koeficijenata modela - značajno su različiti od 0
- ▶ provjera stacionarnosti - nepostojanje jediničnog korijena (nestacionarnost može uzrokovati nestabilne i zbrkane procjene u budućnosti)

Diferenciranje

Kažemo da je proces $ARIMA(p, d, q)$ proces, ako ga trebamo diferencirati d puta da bismo dobili $ARMA(p, q)$ proces (postoji d jediničnih korijena).

Proces će biti stacionaran $\Leftrightarrow d = 0$.

Više modela može biti dobro - odabir ovisi o pretpostavkama s kojima radimo (u praksi uglavnom preferiramo manji red diferenciranja).

Provjera stacionarnosti

Karakteristični polinom $AR(p)$ procesa:

$$(1 - \phi_1 z - \dots - \phi_p z^p).$$

Proces će biti stacionaran ako nultočke njegovog karakterističnog polinoma leže izvan jedinične kugle.

Nestacionarnost ćemo uočiti promatrajući sumu koeficijenata u AR (odnosno MA) dijelu - ako se dogodi da je suma približno 1, možemo smanjiti red AR (MA) dijela i povećati (smanjiti) red diferenciranja.

Zadatak

Napišite funkciju `arma_AIC(x, n)` koja AIC kriterijem odabire najbolji $ARMA(p, q)$ model za podatke x , pri čemu je $p + q \leq n$. Funkcija ispisuje dobivene stupnjeve p i q te pripadnu vrijednost AIC-a.

Procjena parametara ARMA modela

Funkcijom `arma_AIC` procijenit ćemo stupnjeve ARMA modela za simulirane ARMA(2,3) podatke te za reziduale iz primjera `pivo`.

```
> arma_AIC(sim.arma23,10)
4 5 -21.123
> arma_AIC(lm_pivo$res,10)
5 4 -212.34
```

Dobili smo da je za modeliranje ostataka proizvodnje piva najbolji ARMA(5,4) model. Procijenite parametre modela i provjerite jesu li dobiveni reziduali iz klase bijelog šuma.

Predviđanje budućih vrijednosti

Predvidite idućih 12 vrijednosti prodaje pive (tj. za iduće godišnje razdoblje).

Procijenimo i pouzdane intervale (koristimo asimptotsku formulu za 95%-pouzdan interval za vrijednost $ARMA(p, q)$ procesa).

- > `error=procjena.arma$se`
- > `pivo.bud=pivo.bu-2*error`
- > `pivo.bug=pivo.bu+2*error`