3. L'HOSPITALOVO PRAVILO

3.1. Izračunajte sljedeće limese:

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^5+2x^4+3x^2}{-x^5-7x^2}$

(b) $\lim\limits_{x\to 0+} \dfrac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$

(c) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}$

(d) $\lim\limits_{x\to a+} \dfrac{\ln(x-a)}{\ln(e^x-e^a)}$

(e) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{a^{\ln x}-1}{\ln x}$

(f) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{5x-1}-\sqrt{4x+1}}{\sqrt{3x-2}-\sqrt{x+2}}$

(g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 3x}{\sqrt{x+2}-x-\sqrt{2}}$

(h) $\lim\limits_{x\to 0+} \dfrac{\arcsin\sqrt{\sin x}}{\sqrt{2x-x^2}}$

3.2. Izračunajte sljedeće limese:

(a) $\lim_{x\to 0} \ln(1-\sin x)\cdot \operatorname{ctg} x$

(b) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} (1-\sin x)\cdot \operatorname{tg} x$

(c) $\lim_{x\to \infty} x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$

(d) $\lim_{x\to 1+} \ln x \ln(x-1)$

3.3. Izračunajte sljedeće limese:

(a) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x}-\operatorname{ctg} x\right)$

(b) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right)$

(c) $\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$

3.4. Izračunajte sljedeće limese:

(a) $\lim\limits_{x\to 0+} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$

(b) $\lim\limits_{x\to 0+} x^{x}$

(c) $\lim\limits_{x\to 1+} (\ln x)^{1-x}$

(d) $\lim\limits_{x\to 1-} \left(\frac{2}{\pi}\arcsin x\right)^{\frac{1}{1-x}}$

(e) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{2}{\pi}\arccos x\right)^{\frac{1}{x}}$

(f) $\lim\limits_{x\to 0+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}$

(g) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\frac{1}{\cos x}}$

(h) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

3.5. Izračunajte

$$\lim_{x\to 0+} \frac{e-(1+x)^{\frac{1}{x}}}{x}.$$

3.6. Izračunajte

$$\lim_{x\to 1} \left[(2-x)^{\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}x} - \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 1}{x-1}\right].$$

3.7. Izračunajte

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-\sin x}{x+\sin x}.$$

3.8. Izračunajte

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin\frac{1}{x}}{\sin x}.$$

Rješenja

3.1. (a) $-\frac{3}{7}$
(b) 0
(c) 5
(d) 1
(e) $\ln a$
(f) $\frac{1}{3}$
(g) $\frac{6\sqrt{2}}{1-2\sqrt{2}}$
(h) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3.2. (a) -1
(b) 0
(c) 1
(d) 0

3.3. (a) 0
(b) $\frac{1}{2}$
(c) $-\frac{1}{2}$

3.4. (a) 1
(b) 1
(c) 1
(d) 0
(e) $e^{-\frac{2}{\pi}}$
(f) 1
(g) 1
(h) $\frac{1}{\sqrt[6]{e}}$

3.5. $\frac{e}{2}$

3.6. $e^{\frac{2}{\pi}} - \frac{1}{\cos^2 1}$

3.7. 1

3.8. 0