

4. TANGENTA I NORMALA

4.1. Odredite jednadžbu tangente i normale na krivulju

$$y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2 \text{ u točki s apscisom } x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

4.2. Odredite jednadžbu tangente na krivulju $y = \left(\sin^2 x + \frac{1}{2}\right)^{\operatorname{tg} x}$ u točki s apscisom $x = \frac{3\pi}{4}$.

4.3. Odredite jednadžbu tangente na krivulju $y = f(x)$ implicitno zadanu s $y^3 + xy = 3y^2$ u točki $D(0, 3)$.

4.4. Odredite jednadžbu tangente na krivulju parametarski zadanu s

$$x(t) = \ln(\cos t + 1)$$

$$y(t) = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t$$

u točki zadanoj s $t = \frac{\pi}{4}$.

4.5. Odredite jednadžbu tangente na cikloidu parametarski zadanu s

$$x(t) = t - \sin t, y(t) = 1 - \cos t \text{ u točki zadanoj s } t = \frac{\pi}{2}.$$

- 4.6. U kojoj je točki tangenta na parabolu $y = x^2 - 7x + 3$ paralelna s pravcem $5x + y - 3 = 0$? Odredite jednadžbu te tangente.
- 4.7. U točkama s apcिसama $x_1 = 1$ i $x_2 = 3$ povučena je sekanta na graf funkcije $f(x) = x^2$. U kojoj je točki tangenta na graf funkcije paralelna toj sekanti?
- 4.8. Odredite jednadžbe tangenti i normala na parabolu $y = 2x^2 + 4x$ u točkama u kojima parabola siječe os x .
- 4.9. Odredite jednadžbe tangenti na krivulju $y = \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 3}$ u točkama s ordinatom 1.
- 4.10. Odredite dirališta tangenti na krivulju $y = \frac{x + 1}{x + 2}$ koje su paralelne pravcu $x - y + 5 = 0$.
- 4.11. Odredite jednadžbu horizontalne tangente položene na graf funkcije $f(x) = x - \ln x$.
- 4.12. Odredite točku u kojoj se sijeku tangente na krivulju $y = \ln \left| \frac{x - 1}{x + 1} \right|$ u točkama sa apcисama $x_1 = 0$ i $x_2 = 2$.

- 4.13. Svemirski brod se kreće po krivulji $y = x^2$. U nekom trenutku će brod ispustiti teret koji će se nastaviti kretati tangentom na tu krivulju. Odredite gdje bi brod trebao ispustiti teret tako da on doplovi do svemirske postaje koja je smještena u točki $T(3, 2)$?
- 4.14. Projektil je ispaljen iz točke $T(4, 0)$ prema štitu koji ima oblik krivulje $y = \sqrt{x}$. Prema kojoj točki na krivulji treba usmjeriti projektil tako da projektil pogodi štit pod pravim kutem?
- 4.15. Odredite kut između tangenti na zadane krivulje u točkama presjeka:
- (a) $y = \sqrt{x}$ i $y = x^2$
 - (b) $y = x^2 - 1$ i $y = x^2 - 2x - 3$
 - (c) $2y + x^2 = 0$ i $2y = x(1 - y)$
 - (d) $xy = 2$ i $y^2 = 4x$.
- 4.16. Odredite kut pod kojim se sijeku tangenta na krivulju $y = f(x)$ implicitno zadanu s $\arctg \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$ u točki $D(1, 0)$ i tangenta na krivulju $y = (\cos x)^{\sin x}$ u točki s apscisom $x_0 = 0$.

4.1. tangenta $y = -\sqrt{3}x + \frac{\pi\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}$, normala $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \frac{3}{2}$

4.2. $y = x + 1 - \frac{3\pi}{4}$

4.3. $y = -\frac{x}{3} + 3$

4.4. $y = 2$

4.5. $y = x - \frac{\pi}{2} + 2$

4.6. $D(1, -3)$, tangenta $y = -5x + 2$

4.7. $D(2, 4)$

4.8. tangente $y = 4x$ i $y = -4x - 8$, normale $y = -\frac{1}{4}x$, $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

4.9. $y = x$ i $y = -x$

4.10. $D(-3, 2)$ i $D(-1, 0)$

4.11. $y = 1$

4.12. $T\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\ln 3, -1 - \frac{3}{4}\ln 3\right)$

4.13. $3 \pm \sqrt{7}$

4.14. $D\left(\frac{7}{2}, \sqrt{\frac{7}{2}}\right)$

- 4.15. (a) $\arctan \frac{3}{4}$
(b) $\arctan \frac{2}{9}$
(c) $\arctan \frac{1}{2}$
(d) $\arctan 3$

4.16. $\frac{\pi}{4}$