

Numerička integracija - Vježbe

Zadatak 1. Koristeći formulu za Hermiteovu interpolaciju izvedite korigirano trapezno pravilo:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2} (f(a) + f(b)) - \frac{(b-a)^2}{12} (f'(a) - f'(b)) + E_2.$$

Izvedite izraz za pogrešku E_2 .

Izvedite odgovarajuću produljenu formulu i izraz za pogrešku.

Zadatak 2. Izračunajte familiju ortogonalnih polinoma (do na skalirajući faktor za svaki polinom) do stupnja ≤ 5 za

$$(f, g) = \int_0^1 -\ln(x) f(x) g(x) dx.$$

Zadatak 3. Iskoristite rezultat prethodnog zadatka da izvedete formulu s 5 točaka koja egzaktno računa

$$\int_0^1 -\ln(x) f(x) dx$$

za svaki polinom f stupnja ≤ 9 .

Zadatak 4. Ispitajte numerički red konvergencije za aproksimaciju integrala

$$\int_0^1 e^x dx$$

primjenom produljenih Newton-Cotesovih formula reda 2, 3 i 4 i Gaussovih formula reda 2 i 4. Dobivene rezultate usporedite s teorijskim.

Zadatak 5. Izvedite integracijsku formulu za

$$\int_0^h f(x) dx$$

koja je egzaktna na funkcijama 1 i e^x . Koji je red metode?

Zadatak 6. Odredite numerički red konvergencije trapezne metode ako podintegralna funkcija nije klase C^2 te Simpsonove metode ukoliko podintegralna funkcija nije klase C^4 .