

51570 PRAKTIKUM IZ ELEKTRONIKE  
SMJER: ISTRAŽIVAČKI STUDIJ FIZIKE

Vježba 6.

## **OSCILATORI. MODULACIJA I DEMODULACIJA**

## ZADACI

### 1. R-C oscilator

- a) Snimite shemu R-C oscilatora i uočite bitne dijelove. Priključite napon napajanja od 12 V.
- b) Snimite visokofrekventni signal na izlazu sklopa (točka **2**), te mijenjanjem potenciometra postignite što je moguće 'savršeniju' sinusoidu. Na temelju sheme objasnite ulogu pojedinog potenciometra. Izmjerite frekvenciju signala i usporedite je s teorijskom vrijednošću.
- c) Snimite visokofrekventne signale u pojedinim točkama sklopa. Usporedite njihove amplitude i pomake u fazi u odnosu na izlazni signal. Objasnite dobivene rezultate. Koja je uloga pojedinog stupnja u *R-C* mreži?

### 2. Oscilator s kristalom

- a) Snimite shemu oscilatora s kristalom i uočite bitne dijelove. Priključite napon napajanja od 12 V.
- b) Snimite visokofrekventni signal u pojedinim točkama sklopa. Izmjerite frekvenciju impulsa i usporedite je s teorijskom vrijednošću.

### 3. Wienov oscilator

- a) Snimite shemu Wienovog oscilatora i uočite bitne dijelove. Priključite napon napajanja od  $\pm 9$  V.
- b) Snimite visokofrekventni signal na izlazu iz Wienovog oscilatora (točka **VF**). Proučite utjecaj potenciometra **P** na oblik signala, te pokušajte dobiti što pravilniji sinusoidalni signal. Izmjerite frekvenciju signala za oba položaja prekidača **S1**, te ih usporedite s teorijskim vrijednostima ( $C = 1000 \text{ pF}$ ).

### 4. Modulator

- a) Snimite shemu modulatora i uočite bitne dijelove. Dovedite na modulator, u točku **NF**, niskofrekventni sinusoidalni signal frekvencije 200 Hz.

- b) Snimite zbrojeni signal (u točki prije diode modulatora) i modulirani signal (nakon diode). Na drugi kanal osciloskopa dovedite originalni niskofrekventni signal. Odredite postotak modulacije u nekoliko slučajeva. (Oprez: izbjegavati prevelike modulacije kod kojih je signal znatno izobličen.)

### 5. Demodulator

- a) Snimite shemu demodulatora i uočite bitne dijelove.
- b) Snimite demodulirani signal bez i sa priključenim kondenzatorom (prekidač **S2**). Diskutirajte dobivene rezultate. Koja je razlika u fazi između originalnog niskofrekventnog signala i (konačnog) demoduliranog signala? Zašto?

# OSCILATORI

## 1.1 Uvod

Svaki, imalo napredniji uređaj kojim se koristimo u svakodnevnom životu u sebi ima jedan ili više oscilatora – elektroničkih ‘podsklopova’ – kojima je glavni zadatak da daju periodični izmjenični napon ili struju zadane frekvencije. Npr. u najobičnijem ručnom satu, bilo digitalnom, bilo s kazaljkama, pogonski mehanizam je upravljan elektroničkim oscilatorom perioda 1 s. U radio prijemniku bitan dio predstavlja oscilator *sinusoidalnog* signala frekvencije od nekoliko stotina kHz. Bežični i mobilni telefoni komuniciraju sa svojim ‘baznim stanicama’ na fiksnim frekvencijama: u oba uređaja se nalazi oscilator *sinusoidalnog* signala frekvencije par desetaka MHz (bežični telefon) tj. 900 MHz (mobilni telefoni).

Uređaji čije se funkcioniranje zasniva (i) na mikroporocesoru, također trebaju periodički signal – takt – koji sinhronizira interni rad mikroprocesora, kao i njegovu komunikaciju s memorijom i/ili ostalim vanjskim jedinicama. To su *pravokutni* signali frekvencija od nekoliko stotina kHz (jednostavniji uređaji za pohranu podataka poput elektronskih planera) do nekoliko GHz za procesore u današnjim<sup>1</sup> stolnim računalima.

Na kraju spomenimo i signale koji služe za vodoravno upravljanje iscrtavanja slike na ekranima monitora, televizora ili osciloskopa. To su tzv. *pilasti* impulsi kod kojih napon od neke početne vrijednosti linearno raste s vremenom, te naglo pada na početnu vrijednost. Tipične frekvencije pilastih impulsa su od nekoliko desetaka kHz u starijim uređajima, pa do nekoliko stotina MHz u najmodernijim osciloskopima.

Gore spomenuti oblici signala – *sinusoidalni*, *pravokutni* i *pilasti* – naravno nisu jedini koji se koriste u uređajima, ali su daleko najrašireniji. Ostali signali (trokutasti, nesimetrični pravokutni . . .) su donekle specijalniji i njihova primjena je ograničena na uređaje s posebnim namjenama.

Zajedničko svim modernim oscilatorima jest primjena prikladne vrste povratne veze: dio signala sa izlaza oscilatora se vraća nazad u sklop u svrhu pobuđivanja ‘novih’ oscilacija. Međutim, konkretna konstrukcija sklopa za osciliranje ovisi o tome koju vrstu periodičkog signala želimo dobiti. Tako npr. oscilator pravokutnih

---

<sup>1</sup>kraj 2004. godine

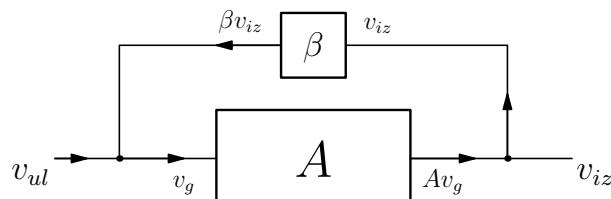
impulsa radi u području zasićenja aktivnih elemenata – za vrijeme poluperiode u kojoj je napon pozitivan tranzistor je u OFF stanju, dok je za vrijeme druge poluperiode u stanju ON. Takvi sklopovi se zovu multivibratori i sastoje se u bitnom od dva tranzistora; izlaz svakog tranzistora je spojen na ulaz drugog (povratna veza).

U ovoj vježbi se nećemo dalje upuštati u detalje rada svih vrsta oscilatora, već ćemo pažnju posvetiti sklopovima za dobivanje sinusoidalnih oblika signala.

## 1.2 Sinusoidalni oscilatori

Važna klasa oscilatora su sinusoidalni oscilatori. Oni su karakterizirani činjenicom da aktivni elementi elektroničkog sklopa oscilatora ne ulazi u zasićenje. Tipična izvedba takvih oscilatora se zasniva na pozitivnoj povratnoj vezi, koja mora biti takva da omogućuje osciliranje sklopa bez vanjske pobude.

Na sl.1 je shematski (blok-sHEMA) prikazana izvedba sinusoidalnog oscilatora s pozitivnom naponskom povratnom vezom. Dio izlaznog signala  $v_{iz}$  se preko



Slika 1.

‘dijeljitelja’  $\beta$  vraća na ulaz sklopa. Standardni izvod daje pojačanje takvog sklopa:

$$Av_g = v_{iz}, \quad (1)$$

gdje je

$$v_g = v_{ul} + \beta v_{iz}. \quad (2)$$

Uvrštavanjem i sređivanjem:

$$Av_{ul} = v_{iz}(1 - \beta A), \quad (3)$$

odakle dobivamo ukupno pojačanje sklopa:

$$A_p = \frac{v_{iz}}{v_{ul}} = \frac{A}{1 - \beta A}. \quad (4)$$

Primijetimo da u ovom izrazu i originalno pojačanje  $A$ , a i povratna veza  $\beta$  ovise općenito o frekvenciji  $\omega$  ulaznog sinusoidalnog signala. U tom smislu je prethodne izraze točnije zapisati kao:

$$A(\omega)v_{ul} = v_{iz} [1 - \beta(\omega)A(\omega)], \quad (5)$$

$$A_p(\omega) = \frac{A(\omega)}{1 - \beta(\omega)A(\omega)}. \quad (6)$$

Zahtjev na naš sklop je da on oscilira bez dovođenja ulaznog signala. Uvrstimo stoga  $v_{ul} = 0$  u izraz (5):

$$0 = v_{iz} [1 - \beta(\omega)A(\omega)]. \quad (7)$$

Desna strana može biti jednaka nuli ili ako je  $v_{iz} = 0$  ili ako je zagrada jednaka nuli. Nama je, naravno, interesantan drugi slučaj, iz čega možemo dobiti uvjet da neki sklop s povratnom vezom bude oscilator:

$$\beta(\omega)A(\omega) = 1. \quad (8)$$

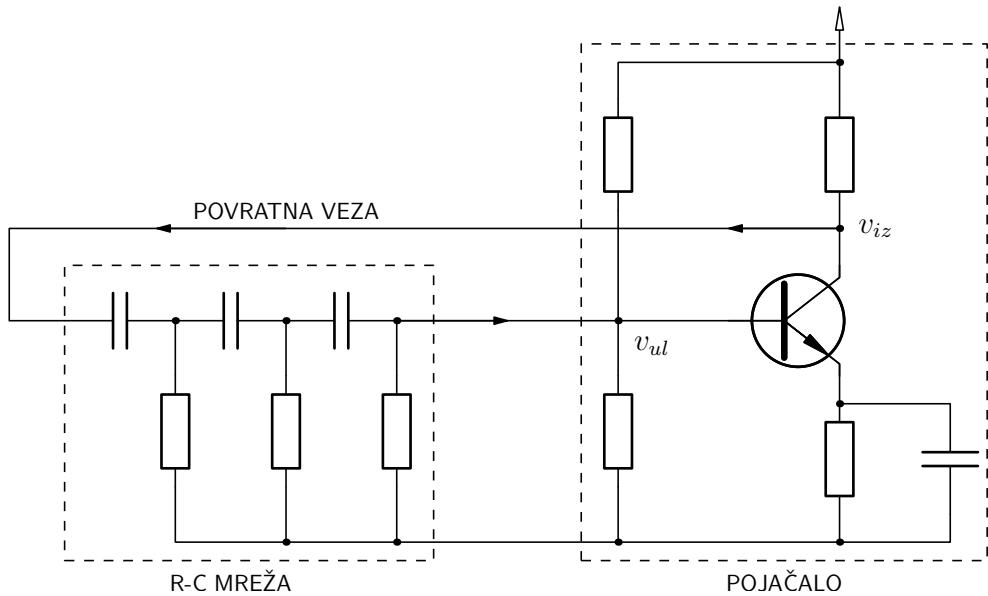
Vidimo da će sklop oscilirati samo s onom frekvencijom za koju je zadovoljeno (8), tj. s frekvencijom na kojoj je produkt pojačanja i faktora povratne veze (oboje su kompleksni brojevi) jednak *realnom* broju 1.

U jednostavnijim oscilatorskim skloporima (poput sklopovala u ovoj vježbi) pojačalo je izvedeno tako da mu je izlaz u protufazi sa ulazom. Drugim riječima, njegovo pojačanje je realan negativani broj. Iz (8) možemo onda zaključiti da povratna veza mora biti takva da dodatno okreće fazu za  $180^\circ$  kako bi na ulaz pojačala došao signal koji je *u fazi* s izlazom.

### 1.3 R-C oscilator

R-C oscilator je sklop koji se koristi za dobivanje sinusoidalnih signala frekvencija od nekoliko Hz pa do par stotina kHz. Sastoji se od pojačala s BJT i povratne veze koja izlaz preko mreže otpornika i kondenzatora vodi na njegov ulaz. Na slici sl.2 je prikazana približna shema takvog oscilatora.

Povratna veza – *R-C* mreža – sastoji se od 3 serijski spojena *C-R* stupnja. Očito, ta mreža će određivati faktor povratne veze  $\beta(\omega)$ . Izvedimo izraz za njega.



Slika 2.

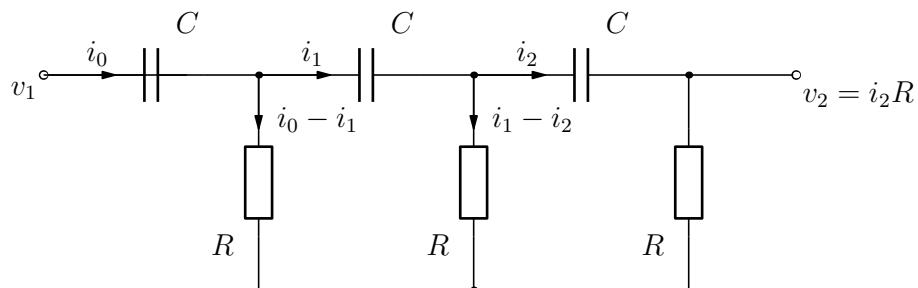
Za struje označene prema slici sl.3, možemo napisati niz jednakosti:

$$v_1 = i_0 X_C + (i_0 - i_1)R \quad (9)$$

$$(i_0 - i_1)R = i_1 X_C + (i_1 - i_2)R \quad (10)$$

$$(i_1 - i_2)R = i_2 X_C + i_2 R \quad (11)$$

Faktor  $\beta(\omega)$  ćemo odrediti onda kao:



Slika 3.

$$\beta(\omega) = \frac{v_2}{v_1} = \frac{i_2 R}{v_1} . \quad (12)$$

Gornji sustav jednadžbi je lakše riješiti ako se svaka jednadžba podijeli s  $R$  i uvede oznaka  $\lambda = X_C/R = 1/j\omega RC$ :

$$\frac{v_1}{R} = i_0\lambda + i_0 - i_1 \quad (13)$$

$$i_0 - i_1 = i_1\lambda + i_1 - i_2 \quad (14)$$

$$i_1 - i_2 = i_2\lambda + i_2 \quad (15)$$

Eliminiranjem  $i_0$  i  $i_1$  dobivamo:

$$i_2 = \frac{1}{\lambda^3 + 5\lambda^2 + 6\lambda + 1} \frac{v_1}{R}, \quad (16)$$

odakle slijedi izraz za  $\beta(\omega)$ :

$$\beta(\omega) = \frac{1}{\lambda^3 + 5\lambda^2 + 6\lambda + 1} = \frac{1}{j/(\omega RC)^3 - 5/(\omega RC)^2 - 6j/\omega RC + 1}. \quad (17)$$

Pogledajmo sada kako možemo zadovoljiti uvjet osciliranja (8). S obzirom da se može očekivati da je  $|\beta(\omega)|$  srazmjerno dosta manji od 1, pojačanje  $A(\omega)$  bi trebalo biti što veće. A za njega znamo da je najveće u srednjem području frekvencije, gdje je ujedno  $A(\omega)$  blizak negativnom (velikom) realnom broju. To znači da bi i  $\beta(\omega)$  trebao biti realan i negativan. Nazivnik, a time i čitav izraz za  $\beta(\omega)$ , će biti realan ako je:

$$\frac{j}{(\omega RC)^3} - \frac{6j}{\omega RC} = 0 \Rightarrow (\omega RC)^2 = \frac{1}{6}. \quad (18)$$

To nam ujedno daje i frekvenciju sinusoidalnog signala koji nam sklop daje:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC\sqrt{6}} \quad \text{ili} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}} \frac{1}{RC}. \quad (19)$$

Kako je  $\beta(\omega = \omega_0) = -1/29$  možemo odrediti i minimalno pojačanje pojačala s BJT koje može poslužiti pri gradnji oscilatora:

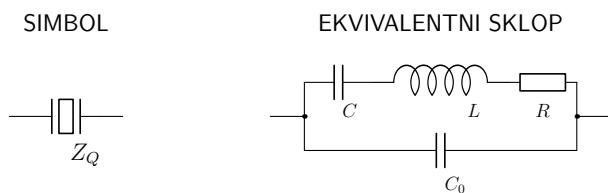
$$\beta(\omega_0)A(\omega_0) = 1 \Rightarrow A(\omega_0) = -29. \quad (20)$$

U izvodu za frekvenciju osciliranja smo šutke pretpostavili da je izlazni otpor pojačala s BJT zanemariv, a ulazni beskonačan. Takvi uvjeti su u realnim sklopovima rijetko zadovoljeni. Posljedica toga je da u uvjetu (19) ne možemo sasvim slobodno birati vrijednosti otpora  $R$  i kapaciteta  $C$ . Osim toga, niti su svi elementi savršeni (identičnih vrijednosti), a niti BJT nema idealnu karakteristiku. Zato je realni sklop nešto komplikiraniji; dodatni otpornici, kondenzatori i potenciometri upravo služe da isprave te nesavršenosti, te da sklop približe idealnim pretpostavkama kakve smo mi ovdje načinili.

## 1.4 Oscilator s kristalom

R-C oscilator je srazmjerno jednostavan oscilator, te kao takav ima dosta mana. Najveća mu je što je vrlo osjetljiv na vanjske uvjete: temperaturu i stabilnost napona napajanja. Puno stabilniji i pouzdaniji sklop se može dobiti oscilatorom s kristalom. Radi se o dodatnom električkom elementu – kristalu (preciznije: kristal između dviju ploča kondenzatora) – koji radi na principu piezoelektriciteta: vanjsko električno polje u njemu uzrokuje mehaničku deformaciju. Ako se električno polje periodički mijenja, onda kristal titra. Upravo postojanje dobro definiranih vlastitih frekvencija titranja tog kristala, koje ovise o njegovoj masi i dimenzijama, može poslužiti kao dobra osnova za povratnu vezu.

U električkom krugu kristal se može zamjeniti s ekvivalentnom shemom u kojoj se nalaze kondenzatori, zavojnica i otpornik (sl.4). Vrijednost induktiviteta



Slika 4.

$L$  u ovoj ekvivalentnoj shemi je povezana s masom kristala,  $R$  sa činjenicom da se titranja prenose na okolinu (dakle, gube se  $\rightarrow$  otpor!), a  $C$  s detaljima konfiguracije kontakata na kristalu, dimenzije i smjera vanjskog električnog polja u odnosu na kristalne osi.  $C_0$  je povezan s ‘običnim’ kapacitetom pločastog kondenzatora unutar kojeg se nalazi izolator.

Nije teško izvesti ukupnu impedanciju ekvivalentnog sklopa kristala. U području visokih frekvencija otpor  $R$  se može zanemariti pa se za  $Z_Q = Z_Q(\omega)$  dobiva:

$$Z_Q(\omega) = \frac{1}{j\omega C_0} \frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega^2 - \omega_2^2}, \quad (21)$$

gdje smo definirali

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} \quad (22)$$

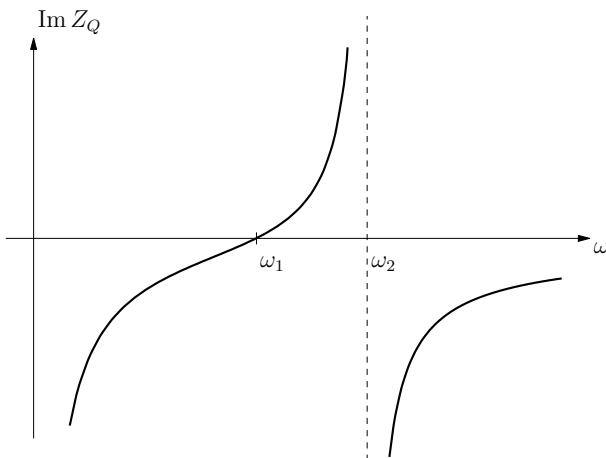
$$\omega_2^2 = \frac{1}{L} \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_0} \right) \quad (23)$$

$$= \omega_1^2 + \frac{1}{LC_0} = \omega_1^2 \left( 1 + \frac{C}{C_0} \right) \quad (24)$$

Izraz (21) se može još zapisati u obliku

$$Z_Q(\omega) = \frac{1}{j\omega C_0} \frac{\omega^2 - \omega_2^2 + \omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega^2 - \omega_2^2} = \frac{1}{j\omega C_0} \left( 1 + \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega^2 - \omega_2^2} \right). \quad (25)$$

Odave lako vidimo frekventnu karakteristiku kristala (sl.5). Zanimljivo je da se u području frekvencija između  $\omega_1$  i  $\omega_2$  kristal ponaša kao induktivitet. Parametri

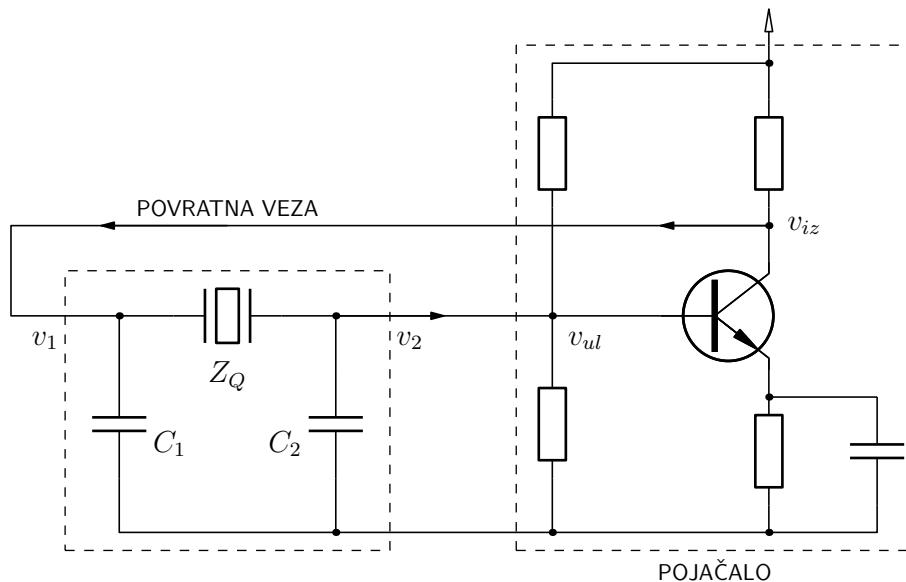


Slika 5.

tvornički proizvedenih kristala su takvi da su  $\omega_1$  i  $\omega_2$  vrlo bliske frekvencije. Kao što ćemo kasnije vidjeti upravo to područje nam je najinteresantnije za primjenu.

Tipičan (pojednostavljeni) oscilatorski sklop s kristalom dan je na slici sl.6. Izlaz pojačala spojen je preko kristala i dva kondenzatora na ulaz pojačala, dakle i ovdje se radi o povratnoj vezi. Kako bismo našli kojom frekvencijom će sklop oscilirati, moramo nači faktor povratne veze  $\beta(\omega) = v_2/v_1$ . Nije teško vidjeti da vrijedi:

$$v_2 = \frac{v_1}{Z_Q + X_{C2}} X_{C2} = v_1 \frac{1}{1 + Z_Q/X_{C2}}. \quad (26)$$



Slika 6.

Prema tome

$$\beta(\omega) = \frac{1}{1 + Z_Q/X_{C2}} = \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C} \left( 1 + \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega^2 - \omega_2^2} \right)}. \quad (27)$$

Uvjet (8) je najlakše zadovoljiti kada je  $\beta$  najveći. U našoj aproksimaciji (sa zanemarenim  $R$  u ekvivalentnoj shemi za kristal) to odgovara frekvenciji na kojoj je nazivnik izraza (27) jednak nuli. Kratki izvod daje:

$$\omega_0^2 = \omega^2 = \frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{C}{C_0 + C_2} \right) = \omega_1^2 \left( 1 + \frac{C}{C_0 + C_2} \right) \quad (28)$$

ili

$$\omega_0 = \omega_1 \sqrt{1 + \frac{C}{C_0 + C_2}} \Rightarrow f_0 = f_1 \sqrt{1 + \frac{C}{C_0 + C_2}}. \quad (29)$$

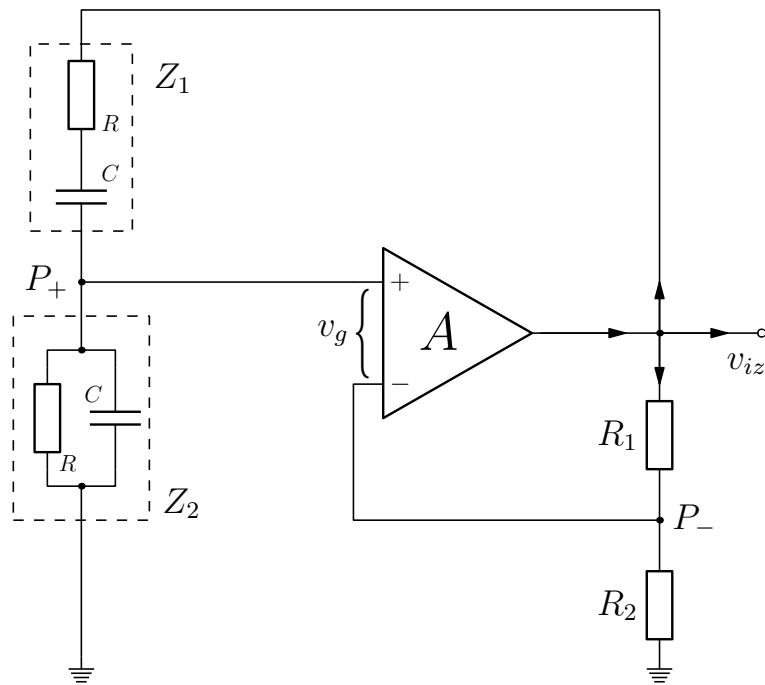
Primijetimo da se ta frekvencija nalazi u području između  $\omega_1$  i  $\omega_2$ , što znači da kristal radi u induktivnom režimu rada. Zaista, može se pokazati da će gornji sklop oscilirati i ako se umjesto kristala stavi zavojnica prikladnog induktiviteta (tzv. *Colpitts* oscilator s kojim se ovdje nećemo baviti).

Sklop s kristalom kakav koristimo u ovoj vježbi se u literaturi još naziva i *Pierceov* oscilator. Sastoji se od pojačala s BJT, i povratne veze s kristalom

rezonantne frekvencije 455 kHz. Taj podatak odgovara otprilike sredini područja između frekvencija  $\omega_1$  i  $\omega_2$ , koje je samo po sebi jako usko. Takva nepreciznost u specifikaciji je bitno manja od točnosti ostalih elemenata (tipično 5% ili 1% za otpornike i kondenzatore). Dakle, ako sklop uopće može oscilirati, tj. ako je pojačanje pojačala dovoljno veliko, davat će sinusoidalni signal frekvencije upravo oko 455 kHz.

## 1.5 Wienov oscilator

Jedan tip oscilatora koji se zasniva na pozitivnoj povrtanoj vezi je i tzv. *Wienov oscilator*. Njegova shema dana je na sl.7, a sastoji se od operacionog pojačala, i povratne veze preko  $Z_1 - Z_2$  impedancija i  $R_1 - R_2$  otpornika.



Slika 7.

Promotrimo najprije napone u točkama  $P_+$  i  $P_-$ , pod pretpostavkom da je na izlazu iz operacionog pojačala napon  $v_{iz}$ . Nije teško vidjeti da su ti naponi

jednaki

$$P_+ = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} v_{\text{iz}} = \frac{1}{1 + Z_1/Z_2} v_{\text{iz}} \quad (30)$$

$$P_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{\text{iz}} = \frac{1}{1 + R_1/R_2} v_{\text{iz}} \quad (31)$$

s obzirom da su i  $Z_1 - Z_2$  i  $R_1 - R_2$  dijeljitelji napona. Na ulaz operacionog pojačala dolazi napon  $v_g$ :

$$v_g = P_+ - P_- = \left( \frac{1}{1 + Z_1/Z_2} - \frac{1}{1 + R_1/R_2} \right) v_{\text{iz}}. \quad (32)$$

S druge strane, mora biti:

$$Av_g = v_{\text{iz}}. \quad (33)$$

Iz ovih dviju jednadžbi možemo dobiti:

$$A \left( \frac{1}{1 + Z_1/Z_2} - \frac{1}{1 + R_1/R_2} \right) v_{\text{iz}} = v_{\text{iz}}, \quad (34)$$

ili nakon kraćenja s  $v_{\text{iz}}$ :

$$A \left( \frac{1}{1 + Z_1/Z_2} - \frac{1}{1 + R_1/R_2} \right) = 1, \quad (35)$$

To je upravo ponovno izведен uvjet (8).

Za idealno operaciono pojačalo, za koje je  $A \rightarrow \infty$ , gornji izraz se reducira na:

$$\frac{1}{1 + Z_1/Z_2} - \frac{1}{1 + R_1/R_2} \approx 0. \quad (36)$$

Iz njega zaključujemo da nam omjer  $Z_1/Z_2$  mora biti *realan* broj, po mogućnosti jednak omjeru  $R_1/R_2$ . Računamo:

$$Z_1 = R + \frac{1}{j\omega C}, \quad \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R} + j\omega C. \quad (37)$$

Slijedi:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \left( R + \frac{1}{j\omega C} \right) \left( \frac{1}{R} + j\omega C \right) = 2 + j \left( \omega RC - \frac{1}{\omega RC} \right). \quad (38)$$

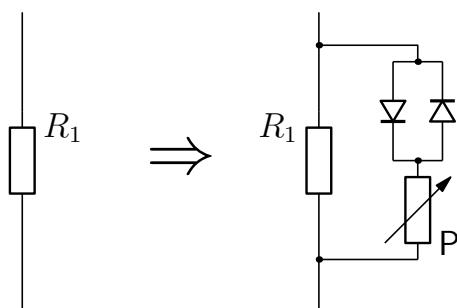
Omjer  $Z_1/Z_2$  će, prema tome, biti realan broj kada je zagrada u gornjem izrazu jednaka nuli, tj. upravo na frekvenciji:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi RC}. \quad (39)$$

To je ujedno i frekvencija kojom će sklop oscilirati. Uočimo još na kraju da otpornici  $R_1$  i  $R_2$  moraju zadovoljavati uvjet  $R_1/R_2 = 2$ , s obzirom da je za gore dobiveni  $\omega_0$  omjer  $Z_1/Z_2 = 2$ .

### 1.5.1 Wienov oscilator – sklop

Sklop za Wienov oscilator na maketi odgovara gore opisanom sklopu, s dva dodatka. a) Otpornici u  $Z_1$  i  $Z_2$  se prekidačem mogu mijenjati između dvije vrijednosti:  $6.5\text{ k}\Omega$  i  $13\text{ k}\Omega$ . b) U sklopu je paralelno otporu  $R_1$  spojen potencijometar **P** i dvije diode (sl.8). Ovi elementi ispravljaju eventualne nesimetrije u operacionom pojačalu, te odstupanja otpornika i/ili kondenzatora od deklariranih vrijednosti.



Slika 8.

## PRINCIP RADIOFONIJE

### 2.1 Prijenos (emisija)

Kad se u vodiču proizvode visokofrekventni titraji dio električne energije prelazi u okolni prostor u obliku elektromagnetskih valova. Ako je uloga tog vodiča da zrači elektromagnetske valove, on se naziva antena za odašiljanje. Antene su obično na jednom svom kraju slobodne, a na drugom kraju uzemljene, i njima se u radiofoniji prenosi govor i glazba preko radiostanica. Emitirani elektromagnetski val koji emitira jedna antena je polariziran i na udaljenostima većim od desetak valnih duljina električno polje elektromagnetskog vala je okomito na površinu zemlje, a magnetsko polje je horizontalno.

Dok radiostanica ne emitira nikakav zvuk, antena emitira sinusni val stalne amplitude, kojem se veličina električnog vektora na nekom mjestu mijenja s vremenom prema jednadžbi:

$$e_0 = E_0 \cos \omega_0 t \quad (40)$$

gdje je  $e_0$  elongacija električnog polja,  $E_0$  njegova amplituda,  $\omega_0$  frekvencija ( $\omega_0 = 2\pi f_0$ ) i  $t$  je vrijeme. Ovaj val se naziva *val nosilac*. Za radiostanice koje emitiraju u području ‘srednjih valova’ s valnom duljinom od npr. 300 m, frekvencija vala nosioca je 1 MHz; frekvencije vala nosilaca su značajno više od najviših akustičkih frekvencija koje može detektirati ljudsko uho.

U svrhu radioprijenosu u val nosilac treba utisnuti niskofrekventnu pojavu što se naziva *modulacijom*. Postoji nekoliko metoda moduliranja vala nosioca: amplitudna modulacija (modulira se amplituda vala nosioca), frekventna (modulira se frekvencija vala nosioca) i fazna (modulira se faza). Kod amplitudne modulacije mijenja se amplituda vala nosioca na taj način da njeno odstupanje od nemodulirane vrijednosti postaje direktno proporcionalno trenutnoj vrijednosti amplitute modulirajućeg (niskofrekventnog) vala, ali je neovisno o njegovoj frekvenciji.

Pretpostavimo da je modulirajući val sinusan i da ima oblik:

$$e_m = E_m \cos \omega_m t \quad (41)$$

U skladu s gornjom definicijom amplituda moduliranog vala je funkcija vremena i dana je relacijom:

$$E(t) = E_0 + k E_m \cos \omega_m t \quad (42)$$

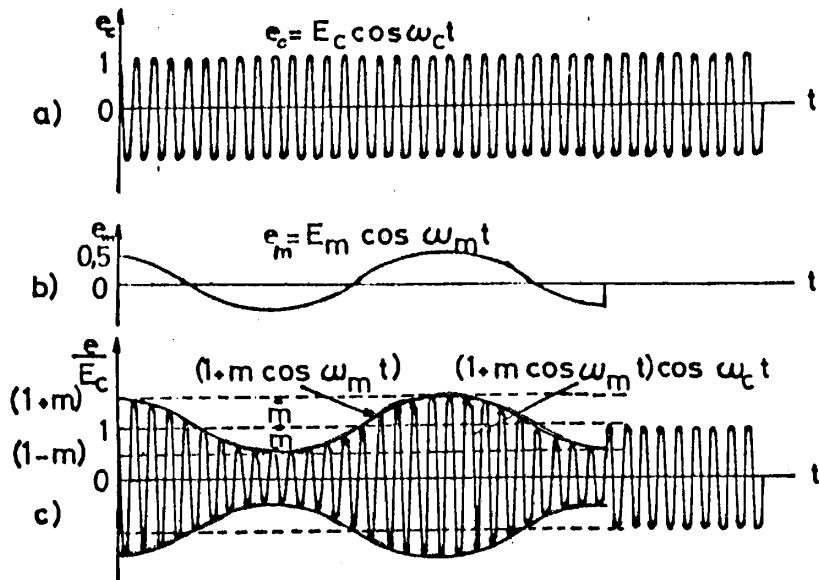
gdje je  $k$  neka konstanta proporcionalnosti. Drugi član na desnoj strani predstavlja odstupanje amplitute superponirano na konstantnu vrijednost  $E_0$ . Potpuni izraz za amplitudno modulirani visokofrekventni val je prema tome:

$$e = (E_0 + k E_m \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t. \quad (43)$$

Ova jednadžba se može još pisati u obliku:

$$e = E_0(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t \quad (44)$$

gdje je  $m = k E_m / E_0$  faktor modulacije. Budući da je u radiofoniji omjer frekvencije  $f_0/f_m$  jako velik ( $> 1000$ ), amplituda vala  $E_0(1 + m \cos \omega_m t)$  se sporo mijenja u odnosu na član  $\cos \omega_0 t$ . Vremenska promjena amplitute nazive se još i



Slika 9. (a) Nemodulirani val nosilac prikazan za  $E_0 = 1$ ,  $\omega_0 = 20$ . (b) Niskofrekventna sinusna pojava koju treba utisnuti u val nosilac ( $E_0 = 0.5$ ,  $\omega_m = 1$ ). (c) Amplitudno modulirani val sa sinusnom modulacijom.

anvelopa visokofrekventnog vala. Faktor modulacije  $m$  označava opseg u kojem modulacija mijenja amplitudu tog vala.

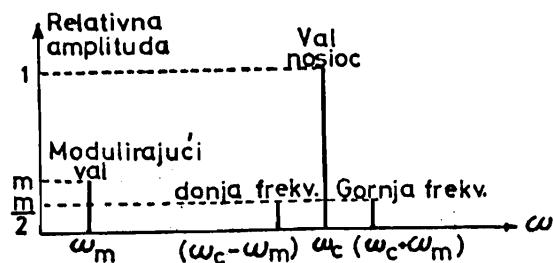
Po svojoj prirodi amplitudno modulirani val je nesinususan, i po Fourierovom teoremu on se mora sastojati iz većeg ili manjeg broje jednostavnijih sinusnih komponenti. Uz pomoć trigonometrijske jednakosti:

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)] \quad (45)$$

dobivamo relaciju za amplitudno modulirani val:

$$e = E_0 \cos \omega_0 t + (mE_0/2) \cos(\omega_0 + \omega_m)t + (mE_0/2) \cos(\omega_0 - \omega_m)t \quad (46)$$

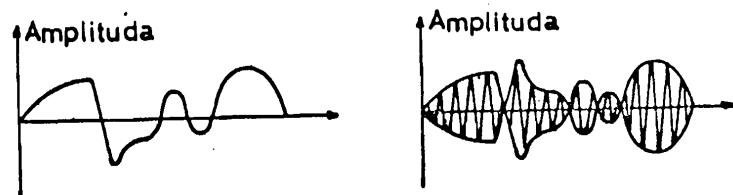
koja nam pokazuje da se sinusno modulirani val sastoji od sume triju sinusnih komponenti različitih frekvencija: frekvencije  $\omega_0$  vala nosioca, 'gornje' frekvencije  $(\omega_0 + \omega_m)$  i 'donje' frekvencije  $(\omega_0 - \omega_m)$ . Grafički prikaz relativnih amplituda svih komponenti u ovisnosti o frekvenciji nazivamo frekventnim spektrom vala i prikazan je za naš slučaj na sl.10. Sinusnu komponentu predočuje vertikalna



Slika 10. Frekventni spektar sinusno moduliranog vala.

linija na određenoj frekvenciji, s visinom koja odgovara amplitudi. Osim triju komponenti vala na slici je prikazan i modulirajući val.

Treba dodati da val nosilac neke radiostanice nije gotovo nikada sinusno moduliran. Niskofrekventne pojave koje se utiskuju u val nosilac (govor, glazba) nisu sinusne pojave već imaju nepravilan oblik. Zbog toga je i envelopa amplitudno moduliranog vala također nepravilna, no usprkos toj nepravilnosti, modulacija ostaje periodična. U tom slučaju se umjesto jednostavne relacije koju smo imali prije, dobiva komplikirani Fourierov red velikog broja članova. Frekventni spektar će također biti mnogo složeniji (sl.11).

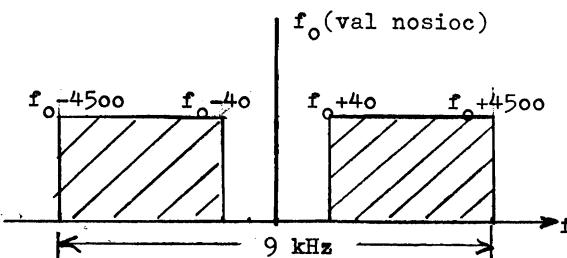


Slika 11. Amplitudna modulacija s realnim niskofrekventnim signalom. (a) Realni zvučni signal. (b) Val nosilac moduliran realnim zvučnim signalom.

U radiofoniji se frekvencije odašiljača – koji emitiraju amplitudno modulirane valove u srednjevalnom području – međusobno razlikuju za 9 kHz. To znači da širina bočnog pojasa ne smije prijeći 4.5 kHz, da se time izbjegnu preklapanja između dviju stanica. Val nosilac sa u amplitudnoj modulaciji može prema tome modulirati sa niskofrekventnim signalima do 4.5 kHz. (Kao donja frekventna granica uzima se 40 Hz).

Frekventna karakteristika prijemnika mora biti istog ovakvog oblika, ako se želi

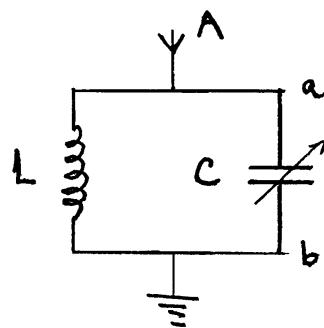
postići korektni prijem amplitudno moduliranog visokofrekventnog vala. Kao što ćemo to diskutirati kasnije, idealna frekventna karakteristika međufrekventnog transformatora (koji je sastavni dio npr. superheterodinog prijemnika) je isto ovakvog oblika.



Slika 12. Frekventna karakteristika prijemnika.

## 2.2 Primanje

Prijemna stanica ili prijemnik mora imati uređaj koji će signal što ga emitira antena za odašiljanje u obliku elektromagnetskog vala opet pretvoriti u izmjenični signal u nekom vodiču. Tu ulogu ima antena za primanje: u principu to je vodič prikladnog oblika i položaja, često izoliran na jednom kraju, a uzemljen na drugom. Antena ima neku vlastitu samoindukciju i kapacitet prema zemlji (sl.13). Kad na nju stižu elektromagnetski valovi, oni u njoj induciraju izmjeničnu elektro-



Slika 13.

motornu silu koja uzrokuje odgovarajuću izmjeničnu struju. Amplituda te struje

bit će maksimalna kada je vlastita frekvencija antene upravo jednaka frekvenciji upadnog vala nosioca: u tom slučaju antena rezonira na upadni val. Zbog malih energija što ih antena prima od upadnog vala, rezonancija je nužan uvjet primanja. Ona se može postići tako da se npr. antena A spoji s paralelnim oscilatornim krugom promjenljivog kapaciteta. Mijenjanjem tog kapaciteta  $C$ , antena se može ugoditi na upadni val. Između točke a i b oscilatornog kruga postoji tada visokofrekventni napon, koji se s vremenom mijenja kao polje upadnog moduliranog vala.

Daljnja zadaća prijemnika je da se taj napon upotrijebi za dobivanje niskofrekventnog izmjeničnog napona, kojem se srednja vrijednost mijenja s vremenom, na isti način kao što se mijenja pojava prvobitno utisnuta u val nosilac. Kad je emisijom preneseni ton jednostavan, treba dobiti srednji napon koji ima oblik što sličniji krivulji prikazanoj na sl.9b. Nema naime akustičkog uređaja, slušalice ili mikrofona koji bi mogao slijediti visokofrekventne titraje što ih hvata antena. Potrebno je dakle visokofrekventnu struju *demodulirati* i nakon pojačanja je poslati u slušalice ili zvučnik.

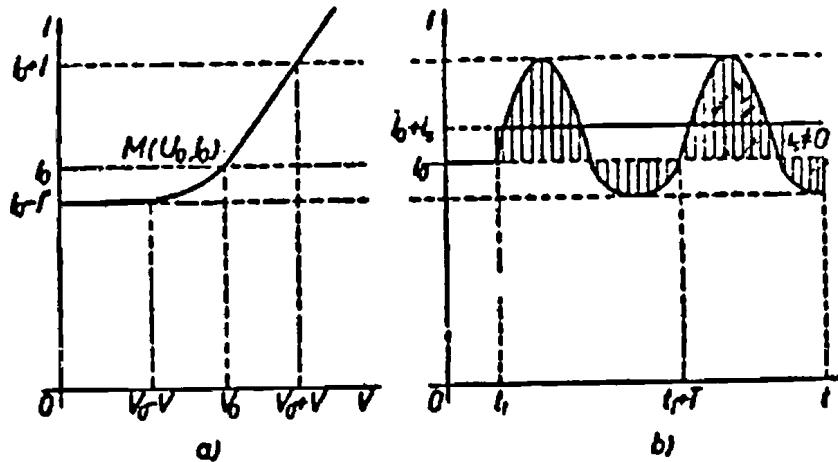
Da bi došlo do demodulacije (ili ispravljanja ili detekcije) upadnog visokofrekventnog signala, potrebno je da uređaj za ispravljanje bude takav da upadni izmjenični napon, koji djeluje na ispravljački uređaj, prouzrokuje struju čija je srednja vrijednost različita od struje što je uređaj daje dok na njega ne djeluje signal. Ovaj uvjet povlači za sobom potrebu da se krivulja ispravljačkog uređaja, koja preduče ovisnost struje o naponu, zakrivi na mjestu radne točke. Za dani uređaj ta je točka određena naponom  $V_0$ , koji djeluje na ispravljački uređaj u odsutnosti signala; uređajem tada teče struja  $I_0$ , tako da radna točka ima koordinate  $M(V_0, I_0)$ , a između tih koordinata postoji određena funkcionalna veza (sl.14).

Može se pokazati da je srednja vrijednost promjene struje koja teče uređajem za ispravljanje dana izrazom:

$$i_s = \frac{V^2}{4} \frac{d^2 I_0}{dV_0^2} \quad (47)$$

tj. da raste s kvadratom amplitudine upadnog signala i sa zakrivljenošću karakteristike u radnoj točki.

U slučaju da se koristi ravni dio karakteristike, srednja vrijednost je jednaka nuli i nema detekcije.



Slika 14. (a)  $V - I$  karakteristika neke diode. Randa točka  $M$  nalazi se na zakriviljenom dijelu karakteristike,  $U_0 = V_0$ . (b) Postoji ispravljanje. Srednja struja  $i_s$  različita je od nule, pa se sveukupna srednja struja razlikuje od struje mirovanja  $I_0$ .

Relacija (47) pokazuje da je  $i_s$  kvadratična funkcija od  $V$  i ova detekcija se naziva paraboličnom. Ona nije pogodna za radiofoniju, jer se u zvuku jake amplitude snažno pojačavaju, a slabe gotovo sasvim potiskuju, pa sve komponente zvuka nisu u zvučniku vjerno reproducirane. Kaže se da je zvuk izobličen.

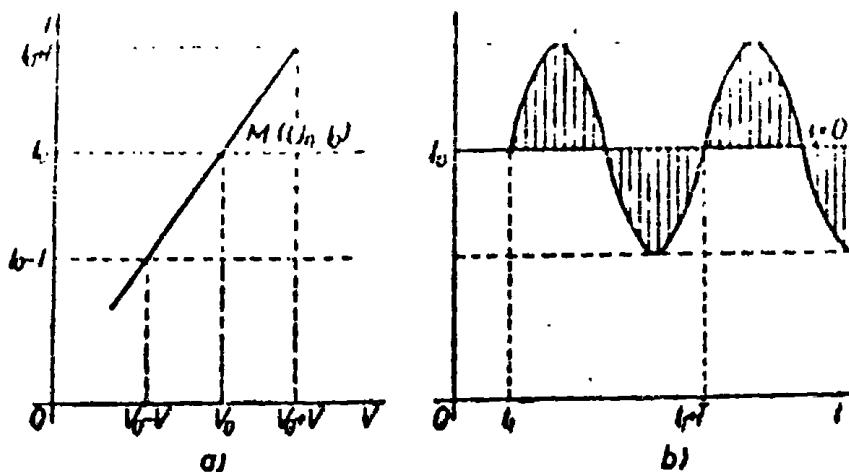
Iz tog razloga se u radiofoniji nastoji postignuti linearna detekcija, kod koje se srednja struja detekcije mijenja proporcionalno s amplitudom upadnog visokofrekventnog vala. U tom slučaju se za srednju vrijednost struje dobiva:

$$i_s = \frac{V}{\pi} \frac{dI_0}{dV_0}. \quad (48)$$

Najjednostavnija metoda demodulacije je pomoću diode, za koju prepostavljamo idealnu karakteristiku, analognu onoj prikazanoj na sl.16.

## 2.3 Modulator

Sklop za moduliranje koji ćemo koristiti u ovoj vježbi sastoji se od dva dijela. Prvi dio je jednostavni sumator izveden pomoću operacionog pojačala. Na njega priključujemo visokofrekventni signal nosioc iz Wienovog oscilatora i niskofrekventni sinusoidalni koji želimo modulirati, iz generatora impulsa. Na izlazu iz



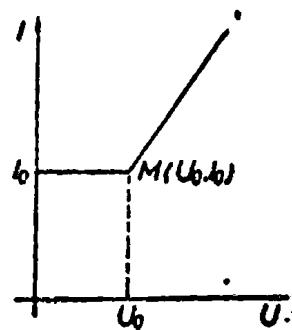
Slika 15. (a) Randa točka  $M$  nalazi se na pravocrtnom dijelu karakteristike,  $U_0 = V_0$ . (b) Nema ispravljanja. Srednja struja  $i_s = 0$ , pa se sveukupna srednja struja ne razlikuje od struje mirovanja  $I_0$ .

operacionog pojačala čemo, prema tome, dobiti zbroj ta dva signala (sl.17) – to još nije modulirani signal!

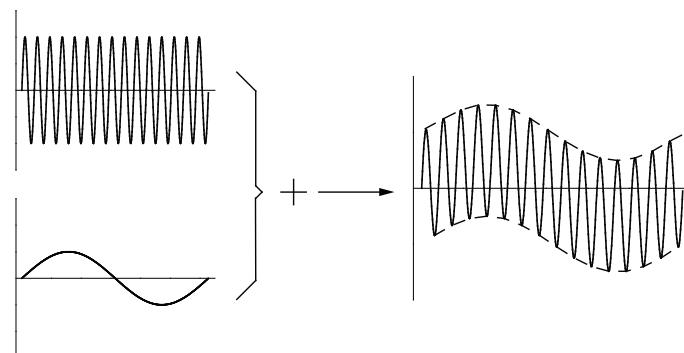
‘Pravi’ modulirani signal se dobiva tako da se zbrojeni signal prvo ispravi, tj. da mu se s diodom odreže donji dio. Nakon toga, svaka gornja poluperioda djeluje na zavojnicu i kondenzator tako da ih ‘zatitra’; zbog dugog odzivnog vremena LC kruga (uz pravilan izbor elemenata) njegovo istitravanje uzrokuje pojavu donje poluperiode, što onda rezultira efektivnom pojавom ‘pravog’ moduliranog signala (sl.18). U praksi, modulacija se vrši na ‘razumljiviji’ način, ali to rezultira znatno komplikiranjim sklopovima.

## 2.4 Demodulator

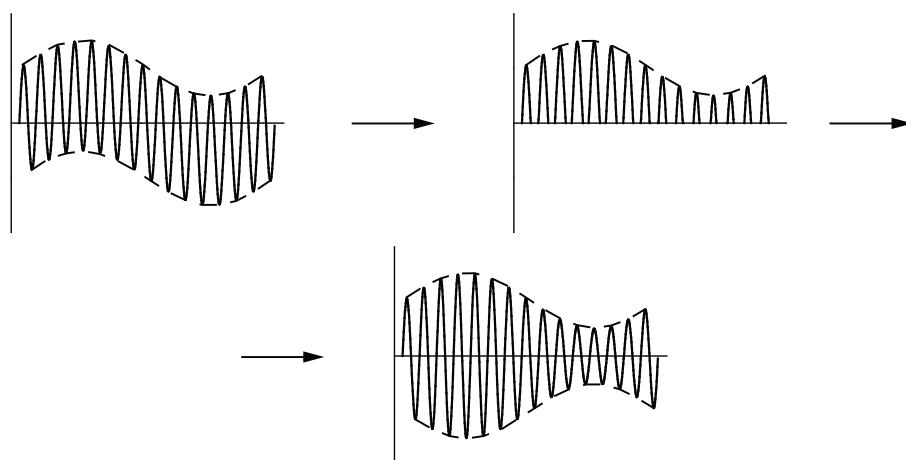
Demodulator se, u našem sklopu, sastoji od diode, koja ispravlja modulirani signal, i iz kondenzatora koji zajedno s unutrašnjim otporom diode, tvori niskopropusni (RC) filter (vidi sl.19). Rezultat tog filtera je da od visokofrekventnog (i ispravljenog signala) dobijemo samo niskofrekventnu komponentu (envelopu).



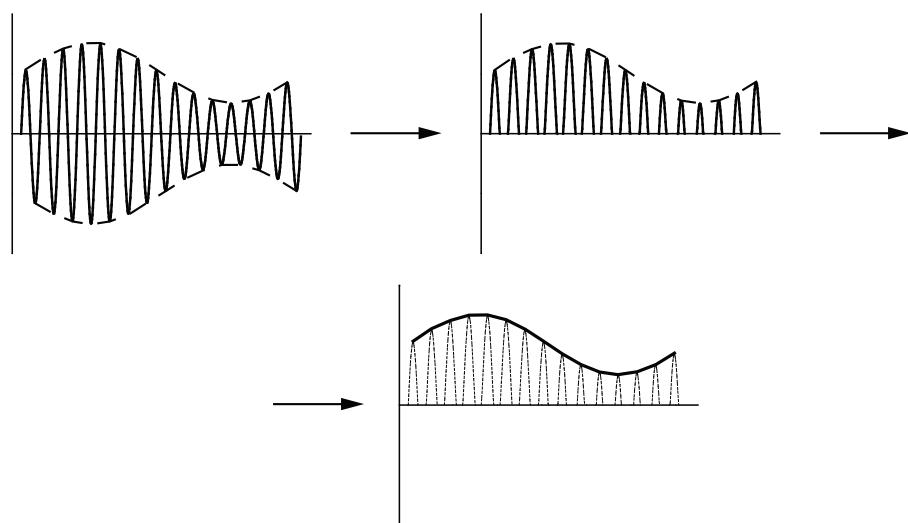
Slika 16. Oblik karakteristike diode kod linearne detekcije,  $U = V, U_0 = V_0$ .



Slika 17. Zbrajanje signala



Slika 18. Moduliranje signala



Slika 19. Demodulacija signala

# Quartz Crystal Theory

## What is Quartz

The technical formula is  $\text{SiO}_2$  and it is composed of two elements, silicon and oxygen. In its amorphous form  $\text{SiO}_2$  is the major constituent in many rocks and sand. The crystal-line form of  $\text{SiO}_2$  or quartz is relatively abundant in nature, but in the highly pure form required for the manufacture of quartz crystal units, the supply tends to be small.

The limited supply and the high cost of natural quartz have resulted in the development of a synthetic quartz manufacturing industry. Synthetic quartz crystals are produced in vertical autoclaves. The autoclave works on the principle of hydrothermal gradients with temperatures in excess of 400 °C and pressures exceeding 1,000 atmospheres. Seed quartz crystals are placed in the upper chamber of the autoclave with natural quartz (lascas) being placed in the lower chamber. An alkaline solution is then introduced which when heated increases the pressure within the chamber. The autoclave heaters produce a lower temperature at the top chamber in comparison to the bottom. This temperature gradient produces convection of the alkaline solution which dissolves the natural quartz at the bottom of the chamber and deposits it on the seed crystals at the top. Alpha crystals produced by this method can have masses of several hundred grams and can be grown in a few weeks. If the temperature reaches 573 °C a phase transition takes place which changes the quartz from an alpha to a beta (loss of piezoelectric property).

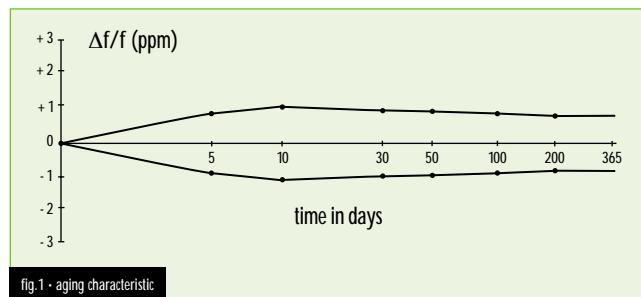
Quartz crystals are an indispensable component of modern electronic technology. They are used to generate frequencies to control and manage virtually all communication systems. They provide the isochronous element in most clocks, watches, computers and microprocessors. The quartz crystal is the product of the phenomenon of piezo-electricity discovered by the Curie brothers in France in 1880.

## Why it works

**Piezoelectricity** is a complex subject, involving the advanced concepts of both electricity and mechanics. The word piezo-electricity takes its name from the Greek piezein "to press", which literally means pressure electricity. Certain classes of piezoelectric materials will in general react to any mechanical stresses by producing an electrical charge. In a piezoelectric medium the strain or the displacement depends linearly on both the stress and the field. The converse effect also exists, whereby a mechanical strain is produced in the crystal by a polarising electric field. This is the basic effect which produces the vibration of a quartz crystal.

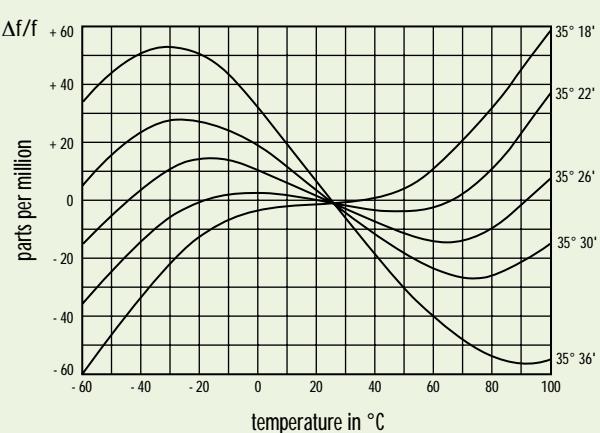
**Quartz resonators** consist of a piece of piezoelectric material precisely dimensioned and orientated with respect to the crystallographic axes. This wafer has one or more pairs of conductive electrodes, formed by vacuum evaporation. When an electric field is applied between the electrodes the piezoelectric effect excites the wafer into mechanical vibration. Many different substances have been investigated as possible resonators, but for many years quartz has been the preferred medium for satisfying the needs for precise frequency generation. Compared to other resonators e.g. LC circuits, mechanical resonators, ceramic resonators and single crystal materials, the quartz resonator has proved to be superior by having a unique combination of properties. The material properties of quartz crystal are both extremely stable and highly repeatable. The acoustic loss or internal friction of quartz is particularly low, which results in a quartz resonator having an extremely high Q-factor. The intrinsic Q of quartz is  $10^7$  at 1 MHz. Mounted resonators typically have Q factors ranging from tens of thousands to several hundred thousands, orders of magnitude better than the best LC circuits. The second key property is its frequency stability with respect to temperature variations.

**Aging of the quartz** (fig.1) resonator is related to the stability of its mechanical components. Short and long term stability manifests in frequency drifts of only a few parts per million per year and are readily available even from commercial units. Precision crystal units manufactured under closely controlled conditions are only second to atomic clocks in the frequency stability and precision achieved.



## What makes quartz so important

The AT-cut characteristic (fig.2) is the most commonly used type of resonator. It has a frequency temperature coefficient described by a cubic function of temperature, which can be precisely controlled by small variations in the angle of cut. This cubic behaviour is in contrast to most other crystal cuts which give a parabolic temperature characteristic. It makes the AT-cut well suited to applications requiring a high degree of frequency stability over wide temperature ranges. Other important characteristics are aging and quality factor Q.



# Quartz Crystal Theory

## Modes of vibration, cuts and frequency ranges

The AT-cut resonator uses the thickness shear mode of vibration (fig.3). A standing wave is set up in the crystal blank by the reflection at both major surfaces of traverse waves travelling in the thickness direction. The major mechanical displacement is in the plane of the crystal at right angles to the direction of wave propagation. At resonance an odd number of half wave lengths are contained in the thickness plane of the crystal blank. Therefore the thickness is the primary frequency determining dimension.

The AT-cuts (fig.5) are commonly manufactured in the frequency ranges:

- |                  |                                  |
|------------------|----------------------------------|
| 1 MHz ~ 32 MHz   | as fundamental                   |
| 30 MHz ~ 250 MHz | as overtone (3rd; 5th; 7th; 9th) |

Below about 1 MHz the thickness shear mode resonators become too cumbersome and unwieldy for general use and other modes of vibrations are used:

- |                        |                                     |
|------------------------|-------------------------------------|
| a) below about 100 kHz | flexural, length extensional mode   |
| b) 100 kHz             | face shear, CT; DT; SL cuts (fig.6) |

For each mode of vibration there is an optimal angle of cut which controls the frequency deviation of the quartz crystal over the temperature range.

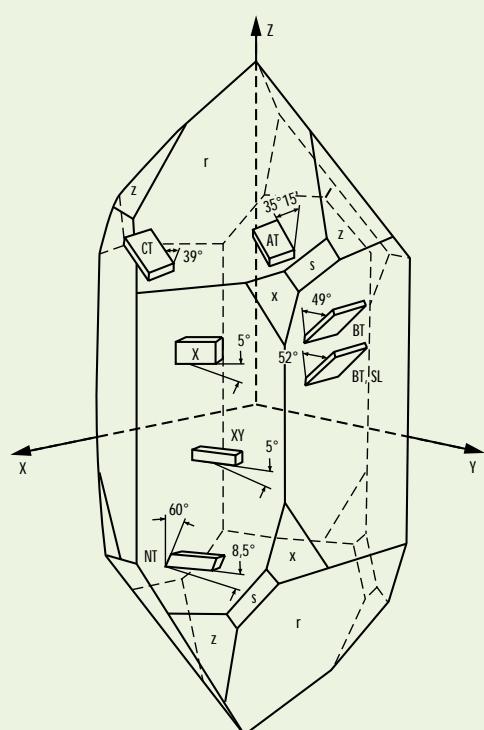


fig.4 · Angle of cuts

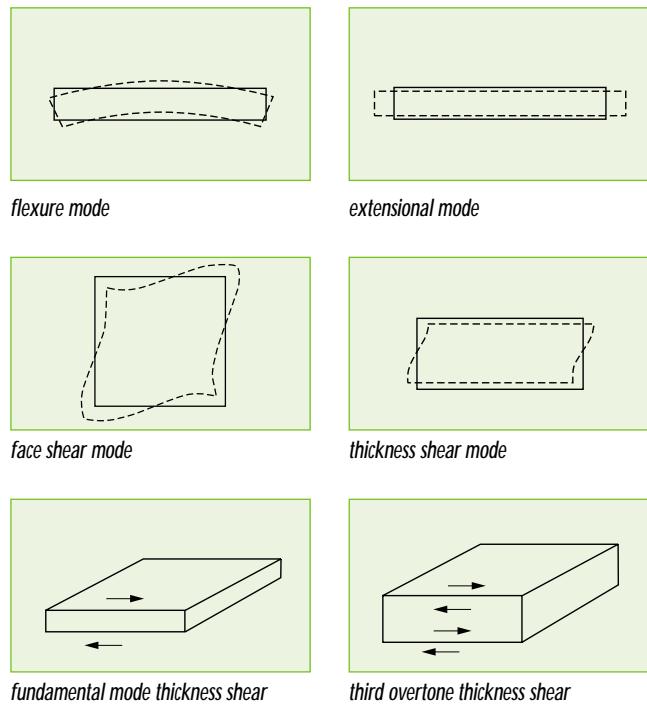


fig.3 · Modes of vibration

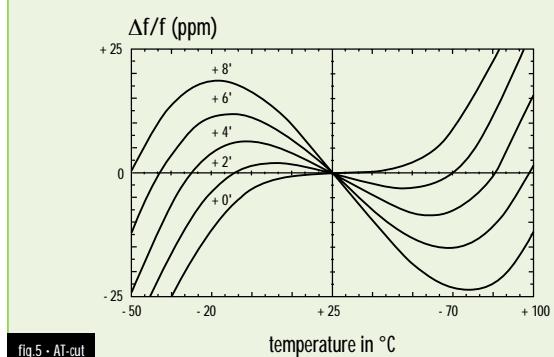


fig.5 · AT-cut

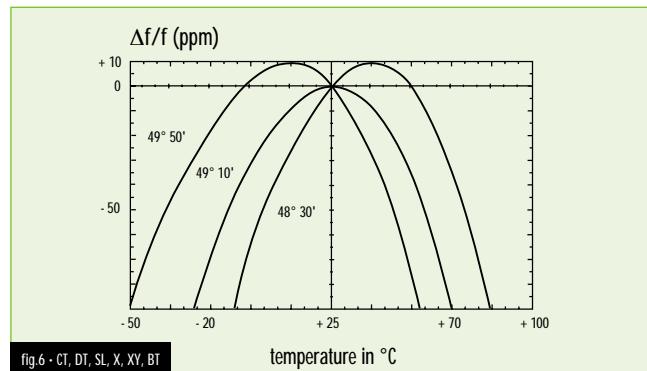


fig.6 · CT, DT, SL, X, XY, BT

# Quartz Crystal Theory

## Manufacturing of quartz crystals

1. cutting (sawing) the wafers (fig.7)
2. lapping the wafers
3. cleaning the wafers
4. checking the orientation of wafers (X-ray measurement)
5. rounding the wafers (now called blanks)
6. cleaning and etching of the blanks
7. base plating (vacuum deposition of electrodes - silver or gold)
8. mounting (fitting the crystal resonator into the holder)  
bonding (silver-epoxy bonding point to connect the crystal electrode to the holder)
9. final adjustment of the frequency by vacuum deposition of silver or gold
10. sealing the holder to the can (resistance weld or cold weld under dry nitrogen atmosphere), preventing electrode oxidation

Other processes during the manufacturing phases are:

- cleaning
- high temperature cycling
- high vacuum bake cycling
- frequency control and sorting

The cleanliness of the parts, the carefully designed and produced crystal blanks, the minimum stress on the resonator and the inclusion of a dry nitrogen atmosphere in a hermetically sealed package are all very important for the production of stable and high quality quartz crystals.

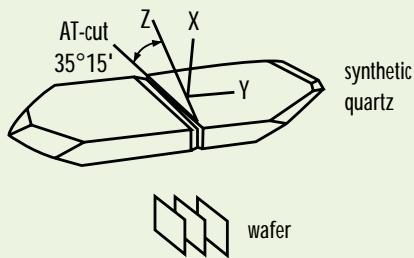


fig.7

## Equivalent circuit

Fig.8 shows the conventionally accepted equivalent circuit of a crystal at a frequency near its main mode of vibration. The L<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, R<sub>1</sub> are known as the motional parameters of the crystal. The element C<sub>0</sub> represents the shunt capacitance resulting from stray capacitance between the terminals and capacitance between the electrodes. It can be measured as the effective capacitance of the crystal unit at frequencies far removed from resonance. It is known as static capacitance. L<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, R<sub>1</sub> are the electrical equivalents to the inertia, stiffness and internal losses of the mechanical vibrating system. The Q value of the motional arm as compared to the LC circuit is extremely high (50'000 ~ 500'000).

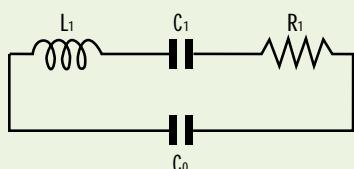


fig.8

Precise analysis of the equivalent circuit reveals several characteristic frequencies. In most practical cases, because of the very high resonator Q, it is sufficient to consider only two frequencies - the series and parallel resonant frequencies.

series resonant frequency:

$$f_s = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L_1 C_1}}$$

1

parallel resonant frequency:

$$f_p = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{C_0 C_1}{C_0 + C_1} L_1}}$$

2

quality factor:

$$Q = \frac{1}{2\pi f_s R_1 C_1}$$

3

A very important factor in practice is the ratio:

$$r = \frac{C_0}{C_1}$$

4

This ratio effectively determines the sensitivity of crystal frequency to changes in external circuit parameters. Depending on the dimensions and shape of the crystal blanks the value "r" is approximately 200 for fundamental mode AT-crystals above 10 MHz (HC49/U) and 250 to 280 for low frequency fundamentals where the crystal blank is partially or fully contured. The ratio for overtone crystals increases roughly in proportion to the square of the overtone order. (n = order of overtone).

$$r_n = r \cdot n^2$$

5

$$C_1 = \frac{C_0}{r^2}$$

6

The pulling sensitivity is greatest for higher frequency fundamental mode crystals.

# Quartz Crystal Theory

## Why we ask you for load capacitance

Many practical oscillator circuits make use of load capacitor  $C_L$  in series or parallel to the crystal. The presence of load capacitor shifts the working frequency of the crystal by an amount depending upon the value of  $C_L$  and the value of  $C_0$  and  $C_1$ . The fig. 9 show the series and parallel connections respectively.

- $C_L$  parallel to the crystal:  
resonance frequency  $f_r$  is not affected but the antiresonance  $f_a$  shifts down to the frequency  $f_L$
- $C_L$  in series to the crystal:  
 $f_a$  is unaffected but  $f_r$  moves up to a frequency  $f_{Lr}$ , the resistance  $R_L$  is higher than  $R_1$
- the value of  $f_L$  can be easily obtained:

$$f_L = f_r + \frac{C_1}{2(C_0 + C_L)}$$

7

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{f_L - f_r}{f_r} = \frac{C_1}{2(C_0 + C_L)}$$

8

$$R_L = R_1 \left( 1 + \frac{C_0}{C_L} \right)^2$$

9

A standard oscillator with  $C_L$  parallel to the crystal is shown in fig. 10. The total capacitance external to the crystal is called load capacitance. The crystal manufacturer needs to know the value of  $C_L$  in order to adjust to the specified frequency.

The load capacitance is given by:

$$C_L = \frac{C_{X1} C_{X2}}{C_{X1} + C_{X2}} + C_{\text{stray}}$$

10

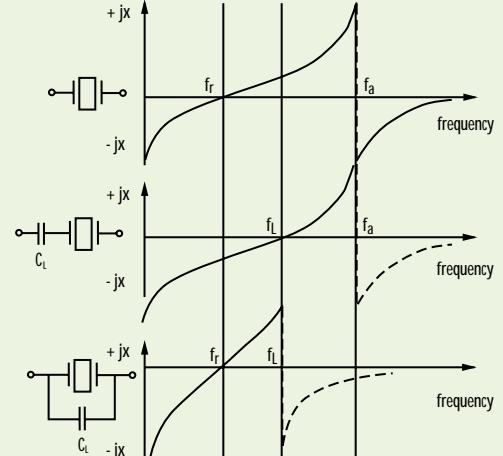


fig.9

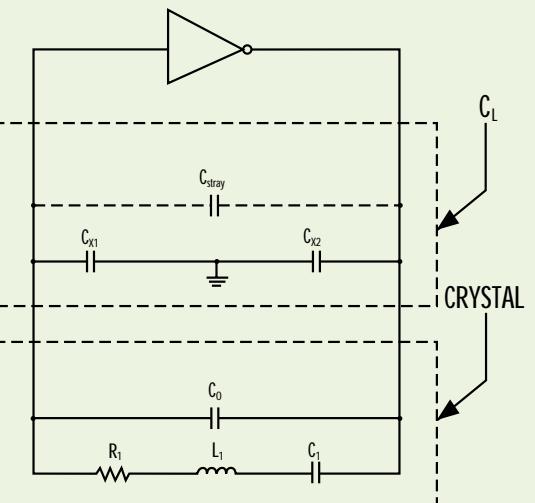


fig.10

# Quartz Crystal Theory

## Pulling sensitivity

The sensitivity of the working frequency to small changes in  $C_L$  is given by:

$$S = \frac{d \left( \frac{\Delta f}{f_r} \right)}{d C_L} = -\frac{C_1}{2 (C_0 + C_L)^2}$$

11 • (see also formula 8)

This formula shows the direct dependence of "S" to  $C_1$ . For high frequency crystals of fundamental modes "S" can be higher than -20 ppm/pF especially for low  $C_L$  values (fig.11). For high over-tone orders the sensitivity is lower than for fundamental mode units, because of much lower typical  $C_1$  values.

The pulling range between two load capacitance values is given by:

$$D_{L1/L2} = \frac{f_{L1} - f_{L2}}{f} = \frac{C_1 (C_{L2} - C_{L1})}{2 (C_0 + C_{L1}) (C_0 + C_{L2})}$$

12

## Drive level

When ordering the crystals the customer should specify the operating drive level required. The crystals can be adjusted in the manufacturing process to the required drive level and start up problems under lowest drive levels are eliminated. A drive level of 100 MHz max. is recommended for all oscillator circuits. In a positive (inductive) reactance oscillator the power dissipation can be approximated as:

$$P = I^2 R_L \quad R_L = R_1 \left( 1 + \frac{C_0}{C_L} \right)^2$$

13

$$P = \frac{U^2}{R_1 \left( 1 + \frac{C_0}{C_L} \right)^2}$$

14

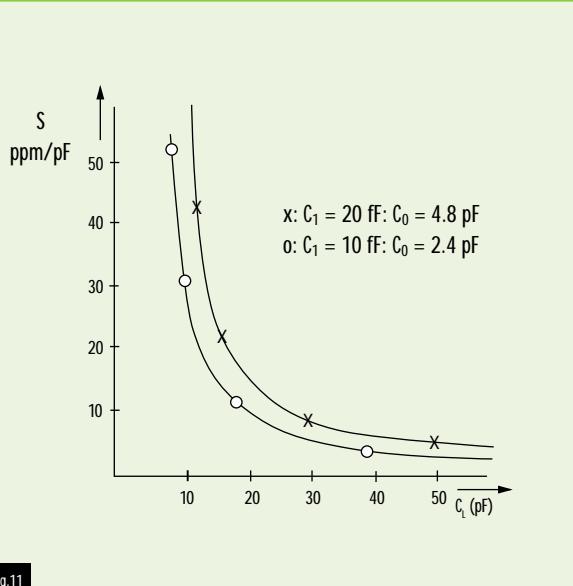


fig.11

## Aging

Aging is defined as frequency changes over a certain period of time. The aging test is carried out according to DIN 45103. The common aging rate for commercial crystals is:

$$\frac{\Delta f}{f} \leq \pm 5 \text{ ppm / year}$$

15

## Spurious responses

Spurious responses are other resonant frequencies that are present near the nominal operating frequency. The frequency difference between the operating frequency and the spurious responses are normally quite small. For special applications it is sometimes necessary to damp down these responses with calculated  $C_1$  values. The damping figure is given in dB.

$$a_{NW} = 20 \log \frac{R_{NW}}{R_1}$$

25

# Quartz Crystal Theory

## Measurement methods

### Active method: (oscillator)

Quartz crystal parameters: resonant frequency  $f_r$ , motional resistance  $R_1$ , motional capacitance  $C_1$ , motional inductance  $L_1$  and load resonance  $f_L$  can be measured with the active method. The active measurement method is fast and inexpensive. Because of accuracy limitations this method is not recommended for tolerance requirements better than  $\pm 10$  ppm.

$$C_1 = \frac{2(f_L - f_r)}{f_r} (C_0 + C_L) \quad [16]$$

$$L_1 = \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 C_1} \quad [17]$$

$$R_L = R_1 \left(1 + \frac{C_0}{C_L}\right)^2 \quad [18]$$

### Passive method: (double $\pi$ - network)

This method (fig.12) is described in DIN 45105 part 7, IEC pub. 302. With a shorting metal blank or a non-inductive reference resistor in the  $\pi$ -network, a phase meter is adjusted to zero phase condition between  $U_2$  and  $U_1$ .  $U_2$  can then be calculated for the value of desired drive level:

The crystal unit can now be put into a  $\pi$ -network. The frequency is then adjusted to produce zero phase. This frequency is by definition the resonance frequency of the crystal unit. The value of motional resistance can be determined by the formula below.  
 $U_{2K}$ : voltage short circuit;  $U_2$ : voltage on the crystal;  $U_1$ : reference voltage (measured).

$$P_C = R_1 \times U_2^2 \times 4.79 \times 10^{-2} \quad [19]$$

$$R_1 = 25 \times \left[ K \frac{U_{2K}}{U_{1K}} - 1 \right] \quad [20]$$

$$K = \frac{U_{2K}}{U_{1K}} \approx 1 \quad [21]$$

$$C_1 = \frac{\Delta f_{(\pm \varphi)}}{2\pi f_r^2 R_{eff} \tan \varphi} \quad [22]$$

$$R_{eff} = R_1 + 25 \quad [23]$$

$$L_1 = \frac{R_{eff}}{2\pi \Delta f_{(\pm \varphi)}} \tan \varphi \quad [24]$$

