

Teorija (sve na jedan papir)

- Definirajte sljedeće pojmove i **navedite primjere gdje se traži**:
 - (1 bod) ispunjiva formula i oboriva formula logike sudova te navedite po jedan primjer;
 - (1 bod) logički ekvivalentne formule te navedite jedan par formula koje su logički ekvivalentne i jedan par formula koje nisu logički ekvivalentne;
 - (1 bod) savršena konjunktivna forma; postoji li savršena konjunktivna forma za formulu $(P \rightarrow P) \vee (\neg Q \vee P \vee Q)$?
 - (1 bod) konzistentan skup formula logike sudova te navedite tri primjera konzistentnih skupova formula;
- Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (1 bod) propozicija o kardinalnosti skupa svih formula logike sudova;
 - (1 bod) teorem adekvatnosti za sistem RS ;
 - (1 bod) teorem potpunosti za sistem RS .
- (4 boda) Dokažite teorem o normalnim formama u logici sudova.
- (4 boda) Za skup formula S kažemo da je maksimalno konzistentan ako je konzistentan i za svaku formulu $F \notin S$ vrijedi da je skup $S \cup \{F\}$ inkonzistentan. Dokažite da je svaki maksimalno konzistentan skup formula potpun. Je li svaki potpun i konzistentan skup formula nužno maksimalno konzistentan? Dokažite ili odredite protuprimjer.

Zadaci (svaki po 4 boda):

- Neka je F formula u kojoj se od logičkih veznika javlja samo \leftrightarrow (bilo koliko puta) te propozicionalne varijable P_1, \dots, P_n , $n \geq 2$ (svaka bilo koliko puta). Dokažite da je $I(F) = 1$ za parno mnogo interpretacija I na skupu $\{P_1, \dots, P_n\}$.
- Odredite (ako postoje) jednu savršenu konjunktivnu normalnu formu i jednu savršenu disjunktivnu normalnu formu za formulu

$$(\neg P \rightarrow (\neg R \vee Q)) \leftrightarrow \neg((R \wedge Q) \vee \neg(R \rightarrow \neg P)).$$

- Za skup formula S kažemo da je *potenciran* ako za svaku interpretaciju I takvu da je $I(S) = 1$ postoje $i, j \in \mathbb{N}$, $i^2 \neq j^5$ takvi da je $I(P_{i^2} \wedge P_{j^5}) = 1$, a za svaku interpretaciju J takvu da je $J(S) = 0$ postoje $k, l \in \mathbb{N}$ takvi da je $J(P_{k^2} \leftrightarrow P_{l^5}) = 0$. Dokažite da svaki potenciran skup formula ima konačan potenciran podskup.
- Primjenom glavnog testa ispitajte oborivost formule

$$((P \vee \neg Q) \wedge \neg(R \leftrightarrow \neg P)) \rightarrow ((P \rightarrow \neg S) \wedge (R \leftrightarrow Q)).$$

Ako je formula oboriva, odredite interpretaciju koja to dokazuje.

- Za skup formula S sa $[S]$ označavamo skup svih logičkih posljedica od S . Neka su S i T skupovi formula takvi da je $[S] = T$ te za svaku formulu $F \in S$ vrijedi $[S \setminus \{F\}] \neq T$. Dokažite da je S nezavisan skup.