

Teorija (sve na jedan papir)

- Definirajte sljedeće pojmove i **navedite primjere gdje se traži**:
 - (1 bod) ispunjiv skup formula te navedite tri beskonačna skupa formula koji nisu ispunjivi
 - (1 bod) elementarna konjunkcija te navedite tri primjera
 - (1 bod) primjer teorema sistema RS koji sadrži samo veznike \neg i \leftrightarrow
 - (1 bod) potpun skup formula te navedite tri primjera potpunih skupova formula.
- Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (1 bod) Craigova interpolacijska lema za logiku sudova
 - (1 bod) teorem dedukcije sistema RS , te navedite primjer skupa formula $S \neq \emptyset$ i formula A i B tako da vrijedi $S \cup \{A\} \vdash B$ i $S \not\vdash B$
 - (1 bod) teorem kompaktnosti za logiku sudova.
- (4 boda) Dokažite da niti za jednu tautologiju ne postoji savršena konjunktivna normalna forma.
- (4 boda) Neka je S skup formula logike sudova i F neka formula za koje vrijedi $S \models F$. Dokažite da postoji konačan podskup S' od S za koji vrijedi $S' \models F$.

Zadaci (svaki po 4 boda):

- Neka je I interpretacija takva da $I(P) = 0$ za svaku propozicionalnu varijablu P . Dokažite da za svaku formulu F u kojoj se od veznika pojavljuje samo \leftrightarrow vrijedi

$$I(F) = \begin{cases} 0, & \text{ako je } s(F) \text{ paran} \\ 1, & \text{ako je } s(F) \text{ neparan} \end{cases}$$

gdje je $s(F)$ složenost formule F .

- Odredite (ako postoje) jednu savršenu disjunktivnu i jednu savršenu konjunktivu normalnu formu za formulu

$$(Q \vee (P \rightarrow \neg R)) \leftrightarrow (Q \wedge P).$$

- Neka je \mathcal{I} skup interpretacija. Dokažite da postoji konačan skup formula S takav da je $\mathcal{I} = \mathcal{I}_S$ ako i samo ako postoje skupovi formula S_1, S_2 takvi da $\mathcal{I} = \mathcal{I}_{S_1}$ te $\text{Int} \setminus \mathcal{I} = \mathcal{I}_{S_2}$.
- Primjenom glavnog testa ispitajte ispunjivost formule

$$(R \leftrightarrow (Q \vee \neg Q)) \wedge ((\neg P \rightarrow Q) \wedge \neg R).$$

Ako je formula ispunjiva, odredite interpretaciju koja to dokazuje.

- Neka je S potpun skup formula i neka su T_1, T_2 maksimalno konzistentni skupovi formula takvi da $S \subseteq T_1$ i $S \subseteq T_2$. Dokažite da je $T_1 = T_2$.
 - Neka su S_1, S_2 potpuni skupovi formula te T_1, T_2 maksimalno konzistentni skupovi takvi da $S_1 \subseteq T_1$ i $S_2 \subseteq T_2$. Koristeći činjenicu da svaki konzistentan skup ima maksimalno konzistentan nadskup, dokažite da je $T_1 = T_2$ ako i samo ako je $S_1 \cup S_2$ ispunjiv.