

Teorija (sve na jedan papir)

1. Definirajte sljedeće pojmove i **navedite primjere gdje se traži**:
 - (a) (1 bod) definirajte pojam stabla i navedite jedan primjer označenog stabla;
 - (b) (1 bod) navedite elemente signature σ_{PA} , te navedite vrstu i mjesnost svakog simbola;
 - (c) (1 bod) definirajte relaciju logičke posljedice u logici prvog reda.
2. Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (a) (1 bod) teorem dedukcije za sistem prirodne dedukcije;
 - (b) (1 bod) Lindenbaumova lema za teorije prvog reda;
 - (c) (1 bod) Gödelov teorem potpunosti.
3. (4 boda) Dokažite da je svaka sudovna valjana formula logike prvog reda teorem sistema RP .

Zadaci (svaki po 5 bodova):

1. U sustavu prirodne dedukcije izvedite

$$\vdash (P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge \neg Q) \rightarrow R).$$

2. Glavnim testom ispitaite vrijedi li

$$\exists x P(x) \rightarrow \exists x \forall y Q(x, y) \models \forall z \forall x \exists y (Q(z, y) \vee \neg P(x)).$$

Ukoliko to ne vrijedi, odredite neku $\{P, Q\}$ -strukturu koja to dokazuje.

3. Dokažite da je svaka konačna $\{R\}$ -struktura model za formulu

$$\exists x \forall y \left((R(y, x) \rightarrow R(x, x)) \vee \exists z (R(x, z) \wedge \neg R(y, z)) \right)$$

te da ta formula nije valjana.

4. Neka je S skup formula logike prvog reda. Dokažite ili opovrgnite sljedeće tvrdnje:
 - (a) Ako svaki konačan podskup od S ima konačan model, tada i S ima konačan model.
 - (b) Ako svaki konačan podskup od S ima beskonačan model, tada i S ima beskonačan model.