

Teorija:

1. Definirajte sljedeće pojmove:
 - (a) (1 bod) prenesksna normalna forma
 - (b) (2 boda) σ -struktura
2. Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (a) (1 bod) teorem adekvatnosti sistema prirodne dedukcije
 - (b) (1 bod) generalizirani teorem potpunosti za teorije prvog reda
 - (c) (1 bod) Löwenheim–Skolemov teorem ”na dolje”
3. (4 boda) Dokažite da za sve formule F logike prvog reda vrijedi: $\neg\forall x F \Leftrightarrow \exists x\neg F$.

Zadaci:

1. U sustavu prirodne dedukcije izvedite
 - a) $\vdash (P \wedge (P \vee Q)) \leftrightarrow P$;
 - b) $P \vee Q \vdash P \vee \neg(Q \rightarrow P)$.
2. Primjenom glavnog testa ispitajte ispunjivost formule
$$(\forall x \exists y R(x, y) \vee \forall y (\exists x P(y, x) \rightarrow (\neg \forall x R(x, y)))) \rightarrow (\exists x \forall y R(x, y) \wedge \forall y (\exists x P(y, x) \rightarrow \forall x R(x, y))).$$
Ako je formula ispunjiva, odredite neku strukturu koja je njen model.
3. Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule
$$((\neg \forall x Q(x) \vee \exists x \forall y (\neg R(x, y))) \wedge (\exists y \forall x R(x, y) \vee \exists x R(x, x))) \rightarrow (\forall x Q(x) \rightarrow \exists x \exists y R(x, y)).$$
Ako formula nije valjana, odredite neku strukturu koja nije njen model.
4. Neka je $S := \{(P_n \vee P_{n+1}) \leftrightarrow P_{n+2} : n \in \mathbb{N}\}$. Odredite \mathcal{I}_S .