

Teorija:

1. Definirajte sljedeće pojmove, te navedite dva primjera:
 - (a) (1 bod) term neke teorije prvog reda
 - (b) (2 boda) teorija prvog reda (navedite čime je po dogovoru zadana)
2. Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (a) (1 bod) teorem potpunosti sistema prirodne dedukcije
 - (b) (1 bod) teorem dedukcije za teorije prvog reda
 - (c) (1 bod) teorem kompaktnosti za logiku prvog reda
3. (4 boda) Neka je T neka teorija prvog reda. Neka je S konzistentan skup formula u teoriji T , te neka je F neka formula za koju vrijedi $S \vdash_T F$. Dokažite da je tada skup formula $S \cup \{F\}$ konzistentan u teoriji T .

Zadaci:

1. Za formulu $\neg(P \leftrightarrow \neg P)$ napišite neki dokaz u sustavu PD koji ne koristi pravilo eliminacije dvostruke negacije.
2. U sustavu prirodne dedukcije napišite izvod za

$$P \vee (\neg P \rightarrow Q) \vdash P \vee Q .$$

3. Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule

$$\forall x \forall y (\neg((R(x, y) \rightarrow \exists z P(x, z)) \vee \exists z (R(z, y) \leftrightarrow P(y, y)))) \rightarrow (\exists x \exists y (Q(x, y) \rightarrow P(x, y)) \rightarrow \forall z R(z, z)).$$

Ako formula nije valjana, odredite neku strukturu koja nije njen model.

4. Dokažite da ne postoji konačan model za formulu

$$\forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z)) \wedge \forall x \forall y \exists z (\neg R(x, x) \wedge (R(x, y) \rightarrow R(y, z))) \wedge \exists x \exists y R(x, y).$$

Dokažite da je ova formula ispunjiva.