

Teorija:

1. Definirajte sljedeće pojmove:
 - (a) (1 bod) preneksna normalna forma, te navedite dva primjera;
 - (b) (2 boda) izvod u sistemu prirodne dedukcije.
2. Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (a) (1 bod) teorem adekvatnosti sistema prirodne dedukcije;
 - (b) (1 bod) Lindedenbaumova lema za teorije prvog reda;
 - (c) (1 bod) Löwenheim–Skolemov teorem ”na dolje”.
3. (4 boda) Dokažite da za sve formule F logike prvog reda vrijedi: $\neg\exists x F \Rightarrow \forall x \neg F$.

Zadaci:

1. U sustavu prirodne dedukcije izvedite

$$(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \vdash Q.$$

2. Neka su zadane interpretacije $J(P_i) := 1$ i $N(P_i) := 0$ (za sve i). Nađite jedan skup formula S takav da je $\mathcal{I}_S = \{J, N\}$. Je li skup S konačno aksiomatizabilan? Obrazložite.

3. Primjenom glavnog testa ispitajte ispunjivost formule

$$\forall x \exists y (\forall z P(z, z) \rightarrow (R(x, y) \rightarrow P(x, y))) \rightarrow \forall x \forall y ((R(x, y) \rightarrow \forall z P(x, z)) \vee \forall z (R(z, y) \leftrightarrow P(y, y))).$$

Ako je formula ispunjiva, odredite neku strukturu koja je njen model.

4. Dokažite da ne postoji konačan model za formulu

$$\forall x (\neg \exists y R(y, x) \rightarrow P(x)) \wedge \forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z)) \wedge \neg \exists x (P(x) \vee R(x, x)).$$

Dokažite da je ova formula ispunjiva.