

1. (a) Definirajte sljedeće pojmove:
 - i. (1 bod) dokaz u sistemu RS
 - ii. (1 bod) σ -term
 - iii. (1 bod) relacija logičke posljedice u logici prvog reda
 (b) Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - i. (1 bod) Craigova interpolacijska lema
 - ii. (1 bod) Gödelov teorem potpunosti
 - iii. (1 bod) Navedite barem tri svojstva konzistentnih skupova u nekoj teoriji prvog reda
 (c) (4 boda) Napišite skicu dokaza teorema dedukcije za sistem RS .
2. Za proizvoljnu interpretaciju I označimo sa \mathcal{S}_I skup svih formula F takvih da je $I(F) = 1$. Postoji li interpretacija I takva da je skup \mathcal{S}_I konačan? Postoji li interpretacija I takva da je \mathcal{S}_I skup svih ispunjivih formula?
3. Odredite disjunktivnu i konjunktivnu normalnu formu za formulu $(Q \wedge R) \leftrightarrow \neg(P \rightarrow Q)$.
4. Je li svaka formula logike sudova u kojoj se ne javljaju veznici \neg , \wedge i \vee ispunjiva?
5. Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule

$$((Q \wedge R) \wedge (P \vee \neg(Q \leftrightarrow R))) \rightarrow (P \wedge \neg Q).$$

Ako formula nije valjana, odredite neku interpretaciju koja na toj formuli ima vrijednost 0.

6. Neka je S skup formula logike sudova koji ne sadrži nijednu antitautologiju, i zatvoren je na konjunkcije (ako su F i G u S , tada je i $(F \wedge G) \in S$). Dokažite da je S ispunjiv.
7. U sustavu prirodne dedukcije izvedite $P \vdash (P \rightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$.
8. U sustavu prirodne dedukcije izvedite $\vdash P \vee (P \rightarrow Q)$.
9. Primjenom glavnog testa ispitajte ispunjivost formule

$$\forall x \exists y (\forall z P(z, z) \rightarrow (R(x, y) \rightarrow P(x, y))) \rightarrow \forall x \forall y ((R(x, y) \rightarrow \forall z P(x, z)) \vee \forall z (R(z, y) \leftrightarrow P(y, y))).$$
 Ako je formula ispunjiva, odredite neku strukturu koja je njen model.
10. Neka je $S = \{P_0 \rightarrow P_n \mid n \in \mathbb{N}\}$. Postoji li podskup od S koji je nezavisan i koji je ujedno skup aksioma za S ? (Napomena: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.)
11. Zadane su tri interpretacije, $J(P_n) = 1$, $N(P_n) = 0$, te $L(P_n) = n \bmod 2$, za sve $n \in \mathbb{N}$. Postoji li skup S formula logike sudova takav da je $\mathcal{I}_S = \{J, N, L\}$? Ako postoji, nađite jedan takav skup.