

1. (a) Definirajte sljedeće pojmove:
 - i. (1 bod) formula logike sudova
 - ii. (1 bod) konzistentna teorija prvog reda
 - iii. (1 bod) σ -struktura
- (b) Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - i. (1 bod) jaki teorem potpunosti za sistem RS
 - ii. (1 bod) teorem adekvatnosti za sistem prirodne dedukcije
 - iii. (1 bod) Gödelov teorem potpunosti
- (c) (4 boda) Neka je S neki skup formula logike sudova. Ako je svaki konačan podskup od S konzistentan u odnosu na sistem RS , dokažite da je tada nužno i skup S konzistentan.
2. Odredite konjunktivnu normalnu formu formule $((P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg R)) \rightarrow (Q \leftrightarrow R)$.
3. Primjenom glavnog testa odredite je li formula $((P \vee Q) \wedge (P \vee R)) \rightarrow (\neg P \rightarrow (Q \wedge R))$ valjana.
4. U sistemu prirodne dedukcije odredite izvod za

$$P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R) \vdash (Q \vee R) \rightarrow \neg P.$$

5. Primjenom glavnog testa ispitajte ispunjivost formule

$$((\forall x \forall y (Q(x) \wedge R(x, y)) \rightarrow \exists x \exists z (P(x, x) \vee R(z, z))) \rightarrow (\neg \exists x \exists y P(x, y) \wedge \forall z Q(z))) \wedge \exists x (P(x, x) \vee \neg Q(x)).$$

Ako je formula ispunjiva, odredite neku strukturu koja je njen model.

6. Neka je $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz ispunjivih skupova formula logike sudova takav da je $S_n \subseteq S_{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Dokažite da je skup $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} S_n$ ispunjiv.
7. Postoji li konačan skup formula logike sudova S koji ima svojstvo da za svaku formulu F logike sudova postoji formula $F' \in S$ takva da je $F \Leftrightarrow F'$?
8. Dokažite da svaki konačan skup formula S sadrži podskup S' koji je nezavisan i koji je skup aksioma za S .
9. Dokažite da postoji prebrojiv skup interpretacija koji nije karakterističan skup interpretacija niti jednog skupa formula.