

Teorija (sve na jedan papir)

1. Definirajte sljedeće pojmove i **navedite primjere gdje se traži**:

- (a) (1 bod) formula logike sudova, te navedite tri riječi alfabeta $\{P_1, P_3, P_7\} \cup \{\rightarrow, \vee\}$ koje su formule logike sudova;
- (b) (1 bod) elementarna disjunkcija te navedite tri primjera;
- (c) (1 bod) teorem sistema RS , te navedite primjer teorema sistema RS koji sadrži barem tri propozicionalne varijable;
- (d) (1 bod) potpun skup formula te navedite tri primjera potpunih konačnih skupova formula.

2. Iskažite sljedeće tvrdnje:

- (a) (1 bod) Lindenbaumova lema za sistem RS ;
- (b) (1 bod) jaki teorem potpunosti za sistem RS ;
- (c) (1 bod) o relaciji logičke posljedice koja je ekvivalentna s teoremom kompaktnosti.

3. (4 boda) Dokažite da za svaku oborivu formulu postoji savršena konjunktivna normalna forma.

4. (4 boda) Neka je S inkonzistentan skup formula u odnosu na sistem RS . Dokažite da je tada svaka formula izvediva iz skupa S .

Zadaci (svaki po 4 boda):

1. Ako je F formula u kojoj se od veznika pojavljuje samo \rightarrow , dokažite da se u F pojavljuje propozicionalna varijabla P takva da vrijedi $P \models F$.

2. (a) Odredite savršenu disjunktivnu normalnu formu za formulu

$$(P \rightarrow Q) \vee (\neg R \leftrightarrow (P \wedge \neg Q)).$$

(b) Ako su B_1, \dots, B_m ($m \geq 2$) elementarne konjunkcije takve da je $B_1 \vee \dots \vee B_m$ savršena disjunktivna normalna forma, dokažite da skup $\{B_1, \dots, B_m\}$ nije ispunjiv.

3. Neka je S konačno aksiomatizabilan skup formula. Dokažite da je svaki nezavisan skup aksioma za S konačan.

4. Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule

$$\left((Q \wedge \neg R) \rightarrow (P \leftrightarrow R) \right) \vee \left(\neg(Q \rightarrow R) \wedge (\neg P \wedge R) \right).$$

Ako formula nije valjana, navedite jednu interpretaciju pod kojom je ona neistinita.

5. Neka je S maksimalno konzistentan skup formula.

(a) Dokažite da je S^c oboriv skup formula.

(b) Dokažite ili opovrgnite:

Za svaku interpretaciju I vrijedi $I(S) = 1$ ako i samo ako $I(S^c) = 0$.