

Teorija:

1. Definirajte sljedeće pojmove:
 - (a) (1 bod) ispunjiva formula
 - (b) (1 bod) relacija logičke posljedice
 - (c) (1 bod) teorem sistema RS
2. Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (a) (1 bod) teorem adekvatnosti za sistem RS
 - (b) (1 bod) generalizirani teorem potpunosti za logiku sudova
 - (c) (1 bod) Lindenbaumova lema
3. (4 boda) Neka je S skup formula i F neka formula. Ako $S \not\models F$ dokažite da je tada skup formula $S \cup \{\neg F\}$ konzistentan.

Zadaci:

1. Postoji li formula koja je istovremeno konjunktivna i disjunktivna normalna forma za formulu

$$(R \rightarrow (Q \wedge P)) \leftrightarrow (Q \vee \neg R) ?$$

Ako postoji, nađite jednu takvu i odgovorite je li savršena kao KNF i je li savršena kao DNF. Ako ne postoji, obrazložite zašto.

2. (a) Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule

$$\left((P \vee Q) \leftrightarrow (\neg Q \wedge R) \right) \rightarrow \left((\neg P \wedge Q) \vee (\neg R \vee P) \right).$$

Ako formula nije valjana, odredite neku interpretaciju koja na toj formuli ima vrijednost 0.

- (b) Primjenom glavnog testa ispitajte ispunjivost formule

$$\left(\neg((R \rightarrow Q) \rightarrow (P \leftrightarrow Q)) \right) \wedge \left((\neg R \vee (\neg Q \wedge P)) \rightarrow \neg Q \right).$$

Ako je formula ispunjiva, odredite neku interpretaciju koja na toj formuli ima vrijednost 1.

3. Neka je S skup formula logike sudova, zatvoren na disjunkciju (disjunktivna svake dvije formule iz S je također u S), koji ne sadrži nijednu tautologiju. Dokažite da je S oboriv skup.
4. Neka su P , Q i R međusobno različite propozicionalne varijable te neka je $S = \{P, Q, R\}$. Mora li tada postojati skup formula T takav da je $I_S = (I_T)^c$?