

Teorija:

1. Definirajte sljedeće pojmove i **navedite primjere gdje se traži**:
 - (a) (1 bod) relacija logičke posljedice, te navedite primjer skupa formula S i formula A i B tako da vrijedi $S \models A$ i $S \not\models B$;
 - (b) (1 bod) dokaz u sistemu RS , te navedite jedan dokaz duljine 4;
 - (c) (1 bod) ispunjiv skup formula, te navedite tri beskonačna ispunjiva skupa formula.
2. Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (a) (1 bod) Craigova interpolacijska lema;
 - (b) (1 bod) lema o istinitosti za sistem RS ;
 - (c) (1 bod) jaki teorem potpunosti za sistem RS .
3. (4 boda) Neka je S neki skup formula logike sudova, te F neka formula. Ako $S \vdash_{RS} F$ dokažite da tada vrijedi $S \models F$.

Zadaci (svaki po 4 boda):

1. Za interpretacije I i J pišemo $I \leq J$ ako je $I(P) \leq J(P)$ za svaku propozicionalnu varijablu P . Ako je F formula u kojoj se pojavljuju samo veznici \wedge i \vee , dokažite da za sve interpretacije I, J vrijedi da $I \leq J$ povlači $I(F) \leq J(F)$. Vrijedi li ta implikacija za proizvoljnu formulu F ?

2. Odredite (ako postoje) jednu savršenu disjunktivnu i jednu savršenu konjunktivnu normalnu formu za formulu

$$(R \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow (Q \leftrightarrow \neg R)).$$

Ako tvrdite da neka od savršenih normalnih formi ne postoji, dokažite to.

3. Neka je $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz formula takav da za svaku interpretaciju I postoji $n \in \mathbb{N}$ takav da je $I(F_n) = 1$. Dokažite da tada postoji $N \in \mathbb{N}$ sa svojstvom da za svaku interpretaciju I postoji $n \leq N$ takav da je $I(F_n) = 1$.

4. Primjenom glavnog testa ispitajte je li $(Q \wedge R) \vee \neg P$ logička posljedica skupa

$$\{P \leftrightarrow Q, (P \wedge R) \vee \neg Q\}.$$

Ako nije, odredite interpretaciju koja to dokazuje.

5. Neka je S potpun skup formula. Dokažite da je S konačno aksiomatizabilan ako i samo ako je inkonzistentan.