

Teorija (sve na jedan papir)

- Definirajte sljedeće pojmove i **navedite primjere gdje se traži**:
 - (1 bod) konjunktivna normalna forma
 - (1 bod) ispunjiva formula i ispunjiv skup formula te navedite tri beskonačna ispunjiva skupa formula
 - (1 bod) teorem sistema RS , te navedite primjer teorema sistema RS koji sadrži barem tri propozicionalne varijable
 - (1 bod) inkonzistentan skup formula i tri primjera beskonačnih inkonzistentnih skupova formula.
- Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (1 bod) propozicija o kardinalnosti skupa svih riječi konačnog ili prebrojivog alfabeta
 - (1 bod) lema o istinitosti za sistem RS
 - (1 bod) jaki teorem potpunosti za sistem RS .
- (4 boda) Dokažite da niti za jednu antitautologiju ne postoji savršena disjunktivna normalna forma.
- (4 boda) Za konzistentan skup S formula logike sudova kažemo da je maksimalno konzistentan ako ne postoji konzistentan skup formula S' koji je pravi nadskup od S . Neka je S maksimalno konzistentan skup formula. Dokažite da za svaku formulu F vrijedi: $F \in S$ ako i samo ako $\neg F \notin S$.

Zadaci (svaki po 4 boda):

- Za skup formula logike sudova T sa $[T]$ označavamo skup svih logičkih posljedica od T , a sa $\mathcal{I}_T$ označavamo skup svih totalnih interpretacija I takvih da je $I(T) = 1$.
 - Neka je S skup formula logike sudova. Dokažite da je $\mathcal{I}_S = \mathcal{I}_{[[S]]}$.
 - Postoji li skup formula logike sudova S za koji je skup $[[S]]$ konačan?
- Odredite (ako postoje) jednu savršenu disjunktivnu i jednu savršenu konjunktivnu normalnu formu za formulu

$$((P \vee Q) \leftrightarrow \neg R) \rightarrow (\neg P \wedge R).$$
- Neka je S skup formula logike sudova takav da za svaku interpretaciju I takvu da je $I(S) = 0$ postoje propozicionalne varijable P_i, P_j i P_k takve da je $I((P_i \rightarrow P_j) \rightarrow P_k) = 1$. Dokažite da postoji konačan podskup od S koji ima isto svojstvo.
- Primjenom glavnog testa ispitajte **ispunjivost** formule

$$((P \rightarrow R) \leftrightarrow \neg Q) \wedge \neg((\neg R \rightarrow R) \vee (\neg P \wedge Q)).$$

Ako je formula ispunjiva, odredite interpretaciju koja to dokazuje.

- Neka su S_1 i S_2 različiti skupovi formula logike sudova. Ako su S_1 i S_2 maksimalno konzistentni, dokažite da je $\mathcal{I}_{S_1} \cap \mathcal{I}_{S_2} = \emptyset$. Vrijedi li obrat tvrdnje?