

Teorija (pišite svu teoriju na jedan papir):

- Definirajte sljedeće pojmove i **navedite primjere gdje se traži**:
 - (1 bod) antitautologija, te navedite tri primjera antitautologija koje sadrže samo veznike \neg i \rightarrow ;
 - (1 bod) savršena disjunktivna normalna forma;
 - (1 bod) konzistentan skup formula, te navedite tri primjera beskonačnih konzistentnih skupova.
- Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (1 bod) tri svojstva ispunjivih skupova formula;
 - (1 bod) Lindenbaumova lema;
 - (1 bod) teorem potpunosti za sistem RS .
- (4 boda) Neka je S inkonzistentan skup formula u odnosu na sistem RS . Dokažite da je tada svaka formula izvediva iz skupa S .

Zadaci (svaki po 4 boda):

- Dokažite da za svaku interpretaciju I vrijedi

$$\mathcal{I}_{S_I} = \{I\}.$$

(Za skup formula T sa \mathcal{I}_T označavamo skup svih interpretacija I takvih da je $I(T) = 1$, a za interpretaciju I sa S_I označavamo skup svih formula F takvih da je $I(F) = 1$.)

- Odredite (ako postoji) jednu savršenu konjunktivnu normalnu formu za formulu

$$(\neg P \vee R) \rightarrow (\neg(Q \rightarrow R)).$$

- Skup formula S je *neparan* ako za svaku interpretaciju I takvu da je $I(S) = 1$ postoje $i, j \in \mathbb{N}$ za koje je $I(P_{2i}) \neq I(P_{2j})$. Dokažite da je skup formula neparan ako i samo ako ima konačan neparan podskup.

- Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule

$$((P \rightarrow Q) \vee (R \wedge \neg Q)) \leftrightarrow (P \rightarrow (\neg Q \rightarrow R)).$$

Ukoliko formula nije valjana, nađite interpretaciju pod kojom je ona neistinita.

- Neka je S potpun skup formula. Dokažite da tada ne postoji pravi nadskup od S koji je konzistentan i nezavisan.