

Matematička logika

Prvi kolokvij

14. studenog 2012.

TEORIJSKA PITANJA

- (1) Definirajte sljedeće pojmove i navedite po jedan primjer:
 - (a) (1 bod) valjana formula logike sudova
 - (b) (1 bod) dokaz u sistemu RS
 - (c) (1 bod) potpun skup formula
- (2) Iskažite sljedeće tvrdnje:
 - (a) (1 bod) teorem dedukcije za RS
 - (b) (1 bod) jaki teoreme potpunosti za sistem RS
 - (c) (1 bod) teorem kompaktnosti
- (3) (4 boda) Neka je S skup formula logike sudova i F neka formula za koje vrijedi $S \models F$. Dokažite da postoji konačan podskup S' od S za koji vrijedi $S' \models F$.

ZADACI

- (1) Postoji li formula logike sudova u kojoj se ne pojavljuju simboli \wedge , \vee niti \rightarrow , koja je ekvivalentna formuli $P \rightarrow Q$? Dokažite svoje tvrdnje. (Smijete koristiti tvrdnje dokazane na vježbama.)
- (2) Nađite, ako postoje, savršene KNF i DNF za formulu
$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg(Q \wedge R),$$
te po jednu KNF i DNF za tu formulu koje nisu savršene.
- (3) Neka su S i T skupovi formula logike sudova. Dokažite da je $I_S \cap I_T = \emptyset$ ako i samo ako postoji konačan podskup S' od S takav da je $I_{S' \cup T} = \emptyset$.
- (4) (a) Primjenom glavnog testa ispitajte valjanost formule
$$(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \vee (P \rightarrow (Q \rightarrow R))).$$
Ako formula nije valjana, odredite neku interpretaciju koja na toj formuli ima vrijednost 0.
(b) Primjenom glavnog testa ispitajte ispunjivost formule
$$((P \wedge Q) \wedge \neg(P \rightarrow R)) \leftrightarrow (R \vee \neg Q).$$
Ako je formula ispunjiva, odredite neku interpretaciju koja na toj formuli ima vrijednost 1.