1	2	3	4	5	Σ

Ime i prezime: ______________________________

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

popravni kolokvij, 14. 2. 2020.

Napomene: Kolokvij ima ukupno 5 zadataka, svaki zadatak vrijedi 14 bodova. Vrijeme rješavanja je 150 minuta. Odmah potpišite sva četiri lista papira koje ste dobili. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.
Detaljno obrazložite svoje tvrdnje.

1. (bodovi: 3 + 4 + 7)

a) Pomoću ravnala i šestara konstruirajte kut od $52°30'$. Objasnite svoj postupak.

b) Neka je ABC trokut sa stranicama duljina $a = |BC|$, $b = |CA|$, $c = |AB|$ te tupim kutom pri vrhu C. Neka je N nožište visine iz vrha C. Izrazite $|AN|$ pomoću a, b i c.

c) Dokažite tvrdnju: Ako u četverokutu $ABCD$ vrijedi $|AB|+|CD| = |BC|+|DA|$, onda je taj četverokut tangencijalan.

2. Dan je ABC jednakokračan trokut s krakovima $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$. Neka je $\overline{CN}$ jedna visina tog trokuta. Površina trokuta ABC iznosi 2, dok je površina trokuta CAN jednaka $\sqrt{2}$. Odredite veličine kutova trokuta ABC.

Napomena: Zadatak ima dva rješenja, nađite oba!

3. Dan je trokut ABC sa stranicama duljina $|BC| = 42$, $|CA| = 84$, $|AB| = 60$. Neka je A' točka na stranici $\overline{CA}$ te B' točka na stranici $\overline{CB}$, takve da su dužine $\overline{A'B'}$ i $\overline{AB}$ paralelne i vrijedi $|A'B'| = \frac{5}{7}|AB|$. Neka je točka S sjecište pravaca AB' i BA' te neka je točka D sjecište pravaca CS i AB. Odredite $|DB|$.

4. Dan je pozitivno orijentirani šiljastokutni trokut ABC takav da je $\sphericalangle ABC = \varphi$ i $|AB| = |AC|$. Neka su D i E redom slike točaka A i B pri translaciji za vektor $3 \cdot \overrightarrow{CB}$. Neka su C_1, D_1, E_1 redom slike točaka C, D, E pri rotaciji za kut φ oko točke A u pozitivnom smjeru. Konačno, neka paralela s AD kroz točku E_1 siječe AD_1 u točki F. Dokažite da su

a) točke A, B i D_1 na istom pravcu;

b) dužine $\overline{C_1D_1}$ i $\overline{AE}$ sukladne;

c) trokuti ABC i D_1E_1F sukladni.

5. Dana je kocka $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Na strani BCC_1B_1 nalazi se točka V. Ravnina π paralelna je s ravninom AA_1D_1 te siječe brid $\overline{AB}$ u točki T. Ako je poznato da ravnina π dijeli piramidu ADD_1A_1V na dva dijela jednakih volumena, u kojem omjeru točka T dijeli brid $\overline{AB}$?