

Ime i prezime, JMBAG: _____

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

pismeni ispit - 26. kolovoza 2025.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom listu. Obrazložite svoje tvrdnje.

Zadaci *nisu* poredani po težini.

1. Neka je I središte upisane kružnice trokuta ABC , a K i L redom dirališta te kružnice sa stranicama $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$. Kružnica k prolazi točkama A i I te siječe stranice $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$ redom u nekim točkama M i N . Dokažite da su trokuti KMI i LNI sukladni.

2. Na stranici $\overline{BC}$ trokuta ABC odabrane su točke D i E tako da vrijedi

$$\sphericalangle BAE = \sphericalangle DAC = 90^\circ, \quad |BD| = 2, \quad |DE| = 3, \quad |EC| = 3.$$

Izračunajte površinu trokuta ABC .

3. Dvije kružnice različitih polumjera se sijeku. Dokažite da njihova zajednička sekanta (pravac koji sadrži zajedničku tetivu) raspolavlja odsječak zajedničke tangente između dvaju dirališta.
4. Površina pravilnog šesterokuta $ABCDEF$ iznosi $24\sqrt{3}$. Ako svaku stranicu tog šesterokuta produljimo za dužinu duljine 1, i to $\overline{AB}$ preko vrha B , $\overline{BC}$ preko vrha C itd., dobit ćemo šest točaka koje su vrhovi novog šesterokuta. Koliki je njegov opseg?
5. Neka je $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ kocka i neka su P , Q , R redom polovišta bridova $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ i $\overline{AA_1}$. Ravninama PQR i $B_1 C D_1$ kocka je podijeljena na tri poliedra. Odredite u kojem su omjeru volumeni tih triju poliedara.

Napomene: Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Svaki zadatak vrijedi 20 bodova.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.