

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 17. studenog 2025.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (8 bodova)

- a) Dan je paralelogram $ABCD$. Neka je E točka na pravcu AC takva da je $4\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC}$ i točka F na pravcu BD takva da je $3\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{0}$. Izrazite vektore $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{BC}$ pomoću vektora $\overrightarrow{AE}$ i $\overrightarrow{BF}$.
- b) Neka su $\vec{a}, \vec{b} \in V^2$ jedinični i međusobno okomiti vektori te $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{y} = \alpha\vec{a} - 3\vec{b}$.
Odredite sve realne brojeve α za koje su vektori $\vec{x}$ i $\vec{y}$ kolinearni. Može li se α odabrati tako da vektori $\vec{x}$ i $\vec{y}$ budu iste orijentacije? Obrazložite Vaš odgovor.
Odredite sve realne brojeve α za koje je modul vektora $\vec{x}$ četiri puta manji od modula vektora $\vec{y}$.
- c) Odredite sve realne brojeve α za koje vektori

$$\vec{a} = (\alpha, 0, 1), \vec{b} = (2, 1, 1), \vec{c} = (2\alpha, 1, 1)$$

čine bazu u V^3 .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 17. studenog 2025.

Zadatak 2. (7 bodova)

- a) Dani su vektori $\vec{a}, \vec{b} \in V^3$ s $\vec{a} = (1, 0, 0)$, $\vec{b} = (0, 1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$. Odredite vektor $\vec{c}$ takav da je $(\vec{c}, \vec{b}, \vec{a})$ desna ortonormirana baza.
- b) Odredite sve realne brojeve α za koje su vektori $\vec{a} = (2\alpha, 1, 1)$ i $\vec{b} = (1, -\alpha, 3)$ okomiti.
- c) Odredite kut između vektora $\vec{a} = (1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (1, 0, 1)$ te površinu paralelograma razapetog vektorima $\vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{a} - \vec{b}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 17. studenog 2025.

Zadatak 3. (10 bodova)

Zadani su vektori $\vec{a} = (-1, 1, 3)$, $\vec{b} = (-3, 1, 5)$ i $\vec{x} = (2, -12, 10)$. Neka je vektor $\vec{p}$ ortogonalna projekcija vektora $\vec{x}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

- a) Odredite vektor $\vec{p}$.
- b) Ispitajte linearnu zavisnost vektora $\vec{x}$, $\vec{p}$ i $\vec{a}$.
- c) Odredite vektor $\vec{y}$ takav da je ortogonalna projekcija vektora $\vec{y}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$ jednaka $\vec{a} + \vec{b} + \vec{p}$ te da je $\vec{y} \neq \vec{a} + \vec{b} + \vec{p}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 17. studenog 2025.

Zadatak 4. (15 bodova)

Dan je pravilan šesterokut $ABCDEF$. Neka su K , L i M redom polovišta stranica $\overline{EF}$, $\overline{AF}$ i $\overline{AB}$. Točka T je takva da je $\overrightarrow{CT} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CD}$. Točka P je sjecište pravaca TL i KM .

- Zapišite vektore $\overrightarrow{KM}$ i $\overrightarrow{FT}$ u bazi $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}\}$.
- Odredite u kojem omjeru točka P dijeli dužinu $\overline{KM}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 17. studenog 2025.

Zadatak 5. (10 bodova)

Zadana je trostrana piramida $ABCD$ s koordinatama vrhova

$$A = (5, -4, 0), B = (-4, 2, 3), C = (-4, -4, 0) \text{ i } D = (2, -2, -3).$$

Neka je E nožište okomice iz vrha D na pravac AC . Točka F se nalazi na dužini $\overline{AB}$ tako da vrijedi $|FB| = 2|AF|$.

- a) Odredite koordinate točke E .
- b) Odredite koordinate točke F .
- c) Odredite omjer volumena piramida $ABCD$ i $ADEF$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 17. studenog 2025.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (8 bodova)

- a) Dan je paralelogram $ABCD$. Neka je E točka na pravcu AC takva da je $3\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$ i točka F na pravcu BD takva da je $4\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BD}$. Izrazite vektore $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{BC}$ pomoću vektora $\overrightarrow{AE}$ i $\overrightarrow{BF}$.
- b) Neka su $\vec{a}, \vec{b} \in V^2$ jedinični i međusobno okomiti vektori te $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{y} = 2\vec{a} + \alpha\vec{b}$.
Odredite sve realne brojeve α za koje su vektori $\vec{x}$ i $\vec{y}$ kolinearni. Može li se α odabrati tako da vektori $\vec{x}$ i $\vec{y}$ budu suprotne orijentacije? Obrazložite Vaš odgovor.
Odredite sve realne brojeve α za koje je modul vektora $\vec{x}$ tri puta manji od modula vektora $\vec{y}$.
- c) Odredite sve realne brojeve α za koje su vektori

$$\vec{a} = (0, 1, \alpha), \vec{b} = (1, 1, 2), \vec{c} = (1, 1, 2\alpha)$$

komplanarni.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 17. studenog 2025.

Zadatak 2. (7 bodova)

- a) Dani su vektori $\vec{a}, \vec{b} \in V^3$ s $\vec{a} = (0, 1, 0)$, $\vec{b} = (1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2})$. Odredite vektor $\vec{c}$ takav da je $(\vec{c}, \vec{b}, \vec{a})$ desna ortonormirana baza.
- b) Odredite sve realne brojeve α za koje su vektori $\vec{a} = (2, 1, \alpha)$ i $\vec{b} = (1, -2\alpha, 3)$ okomiti.
- c) Odredite kut između vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$ i $\vec{b} = (0, 1, -1)$ te površinu paralelograma razapetog vektorima $\vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{a} - \vec{b}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 17. studenog 2025.

Zadatak 3. (10 bodova)

Zadani su vektori $\vec{a} = (-1, -4, -1)$, $\vec{b} = (-4, -1, 1)$ i $\vec{x} = (4, -14, 5)$. Neka je vektor $\vec{p}$ ortogonalna projekcija vektora $\vec{x}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

- a) Odredite vektor $\vec{p}$.
- b) Ispitajte linearnu zavisnost vektora $\vec{x}$, $\vec{p}$ i $\vec{b}$.
- c) Odredite vektor $\vec{y}$ takav da je ortogonalna projekcija vektora $\vec{y}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$ jednaka $\vec{a} + \vec{b} + \vec{p}$ te da je $\vec{y} \neq \vec{a} + \vec{b} + \vec{p}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 17. studenog 2025.

Zadatak 4. (15 bodova)

Dan je pravilan šesterokut $ABCDEF$. Neka su K , L i M redom polovišta stranica $\overline{EF}$, $\overline{AF}$ i $\overline{AB}$. Točka T je takva da je $\overrightarrow{CT} = \frac{4}{5}\overrightarrow{CD}$. Točka P je sjecište pravaca TL i KM .

- Zapišite vektore $\overrightarrow{KM}$ i $\overrightarrow{AT}$ u bazi $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}\}$.
- Odredite u kojem omjeru točka P dijeli dužinu $\overline{KM}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 17. studenog 2025.

Zadatak 5. (10 bodova)Zadana je trostrana piramida $ABCD$ s koordinatama vrhova

$$A = (0, 6, -3), B = (-6, 3, -9), C = (0, -9, -3) \text{ i } D = (-4, 3, 5).$$

Neka je E nožište okomice iz vrha D na pravac AC . Točka F se nalazi na dužini $\overline{AB}$ tako da vrijedi $|AF| = 2|FB|$.

- a) Odredite koordinate točke E .
- b) Odredite koordinate točke F .
- c) Odredite omjer volumena piramida $ABCD$ i $ADEF$.