

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2026.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (7 bodova) Zadani su ravnina Π i pravac p svojim jednadžbama

$$\Pi \dots x - y + z + 2 = 0 \quad \text{i} \quad p \dots \frac{x}{3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z}{4}.$$

- (a) Odredite kanonsku jednadžbu pravca koji je zadan kao presjek ravnine Π i xy -ravnine.
- (b) Izračunajte sinus kuta između pravca p i yz -ravnine.
- (c) Odredite implicitni oblik jednadžbe ravnine Σ koja prolazi točkama

$$A = (1, 2, 4), \quad B = (1, 0, 0) \quad \text{i} \quad C = (1, 1, 1)$$

te udaljenost ravnine Σ od ishodišta.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2026.

Zadatak 2. (9 bodova)

- (a) Odredite centralnu (središnju) jednadžbu elipse čiji je linearni ekscentricitet jednak 2 i numerički ekscentricitet jednak $\frac{1}{2}$.
- (b) Ako je pravac $x - 2y + 5 = 0$ tangenta na parabolu $y^2 = 2px$, izračunajte koordinate fokusa te parabole.
- (c) Odredite centralnu (središnju) jednadžbu hiperbole čije se jedno tjeme i jedan fokus nalaze na kružnici $(x + 2)^2 + y^2 = 1$.
- (d) Krivulja drugog reda je zadana jednadžbom $x^2 + 6xy + 2y^2 + 2x + 5 = 0$. Odredite koja je to krivulja.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2026.

Zadatak 3. (12 bodova)Dani su pravci p i q jednadžbama:

$$p \dots \frac{x-3}{2} = \frac{y-11}{2} = \frac{z-5}{-1},$$
$$q \dots \frac{x+5}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{4}.$$

- (a) Odredite zajedničku normalu pravaca p i q .
- (b) Odredite jednadžbu ravnine Π koja je paralelna pravcima p i q te raspolavlja dužinu $\overline{AB}$, gdje je $A = (3, 11, 5)$ i $B = (-5, 1, -2)$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2026.

Zadatak 4. (12 bodova)Dani su pravci p i q te ravnina Π jednadžbama:

$$\begin{aligned}p \dots \frac{x}{4} &= \frac{y-4}{11} = \frac{z-7}{9}, \\q \dots \frac{x-5}{5} &= \frac{y-3}{0} = \frac{z-6}{-2}, \\ \Pi \dots 2x + 5y + 5z &= 1.\end{aligned}$$

Neka su p' i q' redom ortogonalne projekcije pravaca p i q na ravninu Π .

- (a) Odredite kanonske jednadžbe pravaca p' i q' .
- (b) Odredite presjek pravaca p' i q' .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2026.

Zadatak 5. (10 bodova)

Izračunajte tangens kuta koji zatvaraju elipsa $x^2 + 4y^2 = 36$ i parabola $y^2 = 4x$.

Napomena: Kut između krivulja $\mathcal{C}_1$ i $\mathcal{C}_2$ koje se sijeku u točki T je kut između tangenti t_1 i t_2 u točki T na krivulje $\mathcal{C}_1$ i $\mathcal{C}_2$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2026.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (7 bodova) Zadani su ravnina Π i pravac p svojim jednadžbama

$$\Pi \dots x + 2y - z + 1 = 0 \quad \text{i} \quad p \dots \frac{x+1}{0} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{4}.$$

- (a) Odredite kanonsku jednadžbu pravca koji je zadan kao presjek ravnine Π i xz -ravnine.
- (b) Izračunajte sinus kuta između pravca p i xy -ravnine.
- (c) Odredite implicitni oblik jednadžbe ravnine Σ koja prolazi točkama

$$A = (1, 1, 1), \quad B = (0, 1, 0) \quad \text{i} \quad C = (6, 1, 3)$$

te udaljenost ravnine Σ od ishodišta.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2026.

Zadatak 2. (9 bodova)

- (a) Odredite centralnu (središnju) jednadžbu hiperbole čiji je linearni ekscentricitet jednak 4 i numerički ekscentricitet jednak 2.
- (b) Ako je pravac $3x - 2y + 3 = 0$ tangenta na parabolu $y^2 = 2px$, izračunajte koordinate fokusa te parabole.
- (c) Odredite centralnu (središnju) jednadžbu elipse čije se jedno tjeme i jedan fokus nalaze na kružnici $(x - 4)^2 + y^2 = 1$.
- (d) Krivulja drugog reda je zadana jednadžbom $9x^2 + 6xy + y^2 + 2x + 1 = 0$. Odredite koja je to krivulja.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2026.

Zadatak 3. (12 bodova)Dani su pravci p i q jednadžbama:

$$\begin{aligned} p \dots \frac{x-2}{1} &= \frac{y+1}{-3} = \frac{z+2}{3}, \\ q \dots \frac{x-5}{-1} &= \frac{y-2}{4} = \frac{z+7}{-5}. \end{aligned}$$

- (a) Odredite zajedničku normalu pravaca p i q .
- (b) Odredite jednadžbu ravnine Π koja je paralelna pravcima p i q te raspolavlja dužinu $\overline{AB}$, gdje je $A = (2, -1, -2)$ i $B = (5, 2, -7)$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2026.

Zadatak 4. (12 bodova)Dani su pravci p i q te ravnina Π jednadžbama:

$$\begin{aligned}p \dots \frac{x-1}{4} &= \frac{y}{5} = \frac{z-5}{1}, \\q \dots \frac{x+4}{8} &= \frac{y+1}{1} = \frac{z-8}{-15}, \\ \Pi \dots x-4z &= -2.\end{aligned}$$

Neka su p' i q' redom ortogonalne projekcije pravaca p i q na ravninu Π .

- (a) Odredite kanonske jednadžbe pravaca p' i q' .
- (b) Odredite presjek pravaca p' i q' .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2026.

Zadatak 5. (10 bodova)

Izračunajte tangens kuta koji zatvaraju elipsa $4x^2 + 9y^2 = 36$ i parabola $y^2 = 2x$.

Napomena: Kut između krivulja $\mathcal{C}_1$ i $\mathcal{C}_2$ koje se sijeku u točki T je kut između tangenti t_1 i t_2 u točki T na krivulje $\mathcal{C}_1$ i $\mathcal{C}_2$.