

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 26. siječnja 2026.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (20 bodova)Dani su vektori $\vec{a} = (1, \lambda, 1)$, $\vec{b} = (0, -1, -\lambda)$ i $\vec{c} = (1, 2, -2)$.

- (a) Odredite sve realne brojeve λ tako da vektor $3\vec{a} - 4\vec{b}$ bude okomit na vektor $\vec{c}$.
- (b) Odredite sve realne brojeve λ tako da površina paralelograma kojeg razapinju vektori $\vec{b}$ i $\vec{c}$ iznosi 2.
- (c) Odredite sve realne brojeve λ tako da volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ iznosi 3.
- (d) Odredite sve realne brojeve λ takve da se vektor $\vec{c}$ može prikazati kao linearna kombinacija vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 26. siječnja 2026.

Zadatak 2. (20 bodova)

Na stranicama $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ i $\overline{AB}$, jednakostraničnog trokuta ABC , odabrane su redom točke A_1 , B_1 i C_1 tako da je $|A_1C| = 2|A_1B|$, $|B_1A| = 2|B_1C|$ i $|C_1B| = 2|C_1A|$. Točka P je sjecište pravaca CC_1 i AA_1 , točka Q je sjecište pravaca AA_1 i BB_1 i točka R je sjecište pravaca BB_1 i CC_1 .

- (a) Odredite omjere $|AP| : |AA_1|$ i $|A_1Q| : |AA_1|$.
- (b) Odredite omjer površina trokuta PQR i trokuta ABC .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 26. siječnja 2026.

Zadatak 3. (20 bodova)

Dani su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ u V^3 takvi da je $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 2$ i $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$. Dan je vektor $\vec{c}$ čija je ortogonalna projekcija na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$ vektor $\vec{a} + 2\vec{b}$, te vrijedi $\angle(\vec{c}, \vec{a} + 2\vec{b}) = 60^\circ$.

- (a) Odredite duljinu vektora $\vec{c}$.
- (b) Odredite volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 26. siječnja 2026.

Zadatak 4. (20 bodova)Dani su pravci p i q jednadžbama:

$$p \dots \frac{x-3}{2} = \frac{y-11}{2} = \frac{z-5}{-1},$$
$$q \dots \frac{x+5}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{4}.$$

- (a) Odredite jednadžbu ravnine Π koja je paralelna s pravcima p i q i jednako udaljena od oba pravca.
- (b) Odredite ortogonalne projekcije pravaca p i q na ravninu Π .
- (c) Dana je točka $A = (a_1, a_2, a_3)$ na pravcu p i točka $B = (b_1, b_2, b_3)$ na pravcu q . Neka je točka C polovište dužine $\overline{AB}$. Pokažite da se točka C nalazi u ravnini Π .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 26. siječnja 2026.

Zadatak 5. (20 bodova)

Neka su A i B tjemena, a F_1 i F_2 fokusi hiperbole $\mathcal{H}$. Neka je točka T na hiperboli $\mathcal{H}$ različita od točaka A i B . Dokažite da upisana kružnica trokuta F_1F_2T dira dužinu $\overline{F_1F_2}$ u točki A ili u točki B .