VEKTORSKI PROSTORI

1. kolokvij - popravni - 17. veljače 2020.

1. (**10 bodova**) Neka je A linearan operator na konačno dimenzionalnom kompleksnom prostoru V. Definirajte korijene potprostore operatora A. Dokažite da je suma korijenih potprostora direktna i jednaka V. Iskažite i dokažite tvrdnju o dimenziji korijenih potprostora. Koji je odnos svojstvenih i korijenih potprostora? Svoj odgovor obrazložite.

2. (**5 bodova**) Neka je $A \in L(\mathbb{C}^n)$ takav da $\mu_A(\lambda) = (\lambda+1)^3(\lambda-3)^2$, $d(A+I) = 3$ te $d(A-3I) = 4$. Odredite sve mogućnosti za Jordanovu formu operatora A za slučajeve $n = 12$ i $n = 10$.

3. (**5 bodova**) Na prostoru $\mathcal{P}_3$ realnih polinoma stupnja najviše 3 zadan je linearni operator $A \in L(\mathcal{P}_3)$ sa

$$Ap(t) := (1+2t)\left(p(2) + p''(\frac{2}{3})\frac{t^2}{2}\right).$$

Odredite Jordanovu formu operatora A.

4. (**5 bodova**) Linearni operator C na realnom vektorskom prostoru u nekoj bazi ima matrični prikaz

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & & & & & \\ & 0 & & & & & & & \\ & & 3 & 1 & & & & & \\ & & & 3 & & & & & \\ & & & & 4 & & & & \\ & & & & & 4 & 1 & & \\ & & & & & & 4 & 1 & \\ & & & & & & & 4 & \\ & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}.$$

Odredite spektar $\sigma(C)$ operatora C. Odredite mu minimalni polinom μ_C, karakteristični polinom k_C i Jordanovu formu $J(C)$. Odredite geometrijske kratnosti njegovih svojstvenih vrijednosti. Odredite $\det((C-2I)^4)$ i $\mathrm{tr}((C-4I)^3(C-3I)^2)$.

5. (**5 bodova**) Linearni operator $D \in L(\mathbb{C}^3)$ ima u nekoj bazi od $\mathbb{C}^3$ matrični prikaz

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Odredite minimalni polinom od D.

6. (**5 bodova**) Neka je $A \in L(\mathbb{C}^n)$ poluprost s realnim svojstvenim vrijednostima. Neka je $B \in L(\mathbb{C}^n)$ takav da je $B^2 = A$. Odredite sve mogućnosti za Jordanovu formu od B. (UPUTA: Gledajte kako sve može izgledati minimalni polinom od B.)

Rezultati i termini uvida će biti oglašeni na web stranici kolegija.