

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (inženjerski smjer) – 16.6.2025.

Napomene: - Dozvoljeno je korištenje jedino pribora za pisanje i brisanje.
- Tvrdnje detaljno obrazložite.

Zadatak 1. (5 bodova) Neka je $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ cijela funkcija takva da funkcija $f_1(z) := f(\frac{1}{z})$ ima u točki 0 pol reda $k \in \mathbb{N}$. Dokažite da je f polinom stupnja k .

Zadatak 2. (5 bodova) Izračunajte reziduume funkcije

$$f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z}}}{(z-1)^2}$$

u njenim singularitetima.

Zadatak 3. (5 bodova) Izračunajte integral

$$\int_{\Gamma} \frac{z^7}{(z^3-1)^2(z-3)} dz$$

pri čemu je Γ

- (a) (2 boda) pozitivno orijentirana kružnica $\partial K(3, \frac{3}{2})$;
- (b) (3 boda) pozitivno orijentirana kružnica $\partial K(0, \frac{3}{2})$.

Zadatak 4. (5 bodova) Odredite broj rješenja jednadžbe

$$z^4 + \operatorname{sh} z = \cos z$$

u području

- (a) (4 boda) $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 2\}$;
- (b) (1 bod) $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 2\}$.

Zadatak 5. (5 bodova) Izračunajte integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x(x - \sin x)}{x^3(x^2 + a^2)} dx$$

pri čemu je $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$.