

KOMPLEKSNA ANALIZA

prvi kolokvij - 22.4.2025.

Napomene: - Dozvoljeno je korištenje jedino pribora za pisanje i brisanje.
- Tvrdnje detaljno obrazložite.

Zadatak 1. (5 bodova) Ispitajte je li funkcija $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ zadana sa

$$f(x + iy) = x^2 + iy^2$$

cijela, odnosno holomorfna na $\mathbb{C}$.

Zadatak 2. (5 bodova) Izračunajte integral

$$\int_{\gamma} z^2 dz,$$

gdje je $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{C}$ krivulja zadana sa $\gamma(t) = t + \sin \frac{\pi}{t}$.

Zadatak 3. (5 bodova) Izračunajte integral

$$\int_{\gamma} \frac{z}{(z^2 - 1)e^z} dz,$$

gdje je $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$ krivulja zadana sa $\gamma(t) = 2e^{it}$.

Zadatak 4. (5 bodova) Razvijte funkciju

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

u Taylorov red oko 0. Koji je radijus konvergencije dobivenog reda?

Zadatak 5. (5 bodova) Odredite Laurentov razvoj funkcije

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 1}$$

na kružnom vijencu $1 < |z - 2| < 3$.