

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (inženjerski smjer) – 23. lipnja 2023.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1. (5 bodova) Neka je f holomorfna funkcija na $K(0, 3)$, te $g(z) = ze^{f(z)}$. Dokažite da funkcija $|g|$ na $K(2i, 1)$ ne postiže ni maksimum ni minimum. Postiže li funkcija $|g|$ maksimum ili minimum na $K(0, 1)$?

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (inženjerski smjer) – 23. lipnja 2023.

Zadatak 2. (5 bodova) Zadana je funkcija

$$f(z) = e^z - e^i \frac{\cos(i - z)}{(i - z)^2}.$$

Označimo sa z_0 singularitet funkcije f .

- (a) Odredite Laurentov razvoj funkcije f u z_0 u obliku $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(z - z_0)^n$.
- (b) Koristeći razvoj u Laurentov red, odredite reziduum funkcije f u točki z_0 .

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (inženjerski smjer) – 23. lipnja 2023.

Zadatak 3. (5 bodova) Dana je funkcija

$$f(z) = \frac{1}{e^{\frac{1}{z-i}} \cdot \ln(z^3 + 2)}.$$

- (a) Odredite sve singularitete funkcije f i odredite koji su izolirani.
- (b) Izoliranim singularitetima funkcije f odredite tip (polovima treba odrediti i red).

Napomena: $\ln(z)$ je glavna grana logaritma.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (inženjerski smjer) – 23. lipnja 2023.

Zadatak 4. (5 bodova)

(a) Za funkciju

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z^n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

odredite singularitete i odredite njihov tip (polovima treba odrediti i red).

(b) Može li se funkcija $g(z) = \frac{1}{\cos(\frac{1}{z})}$ razviti u Laurentov red oko 0? Detaljno obrazložite odgovor.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (inženjerski smjer) – 23. lipnja 2023.

Zadatak 5. (5 bodova) Dana je funkcija

$$f(z) = \frac{z}{(z-2)^3(z^2-1)}.$$

- (a) Funkciju f razvijte u Laurentov red oko $z_0 = 2$ na području koje sadrži ishodište kompleksne ravnine.
- (b) Odredite reziduume od f u singularitetima.